https://amf.ui.ac.ir
Journal of Asset Management and Financing
E-ISSN: 2383-1189
Vol. 14, Issue 1, No. 52, 2026, p 21-48
Received: 23/11/2024 Accepted: 24/05/2025

Research Paper

Forecasting the Tehran Stock Exchange Dividend and Price Index (TEDPIX) Using a NARX Neural Network Model

Ali Taslimpour
Ph.D. Candidate, Department of Financial Management, Accounting, and Financial Engineering, Institute of Management and Economics, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran
ali.taslimpour@iau.ac.ir

Gholamreza Askarzadeh*
Assistant Professor, Department of Financial Management, Institute of Market and Business, Y.C., Islamic Azad University, Yazd, Iran
4469901849@iau.ir

Karim Ghalmegh
Assistant Professor, Department of Management, Faculty of Industrial Engineering and Management, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran
ghalmeghkarim1441@shahroodut.ac.ir

Hooman Nasiri
Assistant Professor, Department of Economics, Institute of Humanities, Bu.C., Islamic Azad University, Bushehr, Iran
hoomannasiri@iau.ac.ir

Abstract
This study aims to optimize the settings of the nonlinear autoregressive network with exogenous inputs (NARX) model for predicting the next-day Tehran Exchange Dividend and Price Index (TEDPIX), compare its performance with the nonlinear autoregressive (NAR) and nonlinear input-output (NIO) models, extend the prediction horizon using the NAR model, and validate the NARX model through sensitivity analysis and performance comparison with the traditional autoregressive integrated moving average (ARIMA) model. This study uses TEDPIX data from 2009 to 2023. The NARX model was employed to predict the next day's index, and the NAR model was used to extend the forecasting horizon. The performance of the NARX model was compared to the NAR, NIO, and ARIMA models, using the percentage of absolute error as the evaluation metric. The mean squared error was used to determine the optimal settings for the NARX model and compare the performance of the NAR model with ARIMA. The findings indicate that the proposed NARX model, when combined with open, close, high, and low prices, trading volume, simple moving average, and exponential moving average, delivers the best prediction performance. Additionally, the Levenberg-Marquardt training algorithm achieves the highest accuracy. The model validation results confirm the superiority of the NARX algorithm over the NAR and NIO models and the traditional ARIMA model.
Keywords: NARX Neural Network, Machine Learning, Price Prediction, Stock Index
JEL Codes: C45, C53, G12, G17

Introduction

With the advancement of computational technologies and the growth of electronic trading, capital markets have expanded considerably, generating large volumes of financial data (Zeng et al., 2025). Analyzing this data is vital for improved decision-making and effective risk management (Rashid & Ismail, 2024). In Iran, the Tehran Exchange Dividend and Price Index (TEDPIX) is a key economic indicator, yet accurately forecasting its movements remains a challenge for market analysts (Chavoshi et al., 2022). Due to its nonlinear and dynamic nature (Osoolian et al., 2025), advanced techniques such as artificial neural networks have been proposed to enhance forecasting performance (Rafi et al., 2023). Traditional models like ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) often fall short in volatile environments (Dhafer et al., 2022), whereas neural networks are better equipped to capture complex, nonlinear patterns (Shariffar et al., 2023). Among artificial neural network models, the Nonlinear Autoregressive model with eXogenous inputs (NARX) demonstrates higher accuracy in time series forecasting by considering the relationship between exogenous inputs and the target variable (Alcalde et al., 2024). It also exhibits greater efficiency by converging more rapidly to optimal weights (Jaiswal et al., 2025). Despite its advantages, the NARX model has not yet been applied to forecast TEDPIX specifically. This study develops a NARX-based forecasting model for TEDPIX, compares its performance with the NAR (Nonlinear Autoregressive) and NIO (Nonlinear Input-

*Corresponding author
Taslimpour, A., Askarzadeh, G., Ghalmegh, K. and Nasiri, H. (2026). Forecasting the Tehran Stock Exchange Dividend and Price Index (TEDPIX) Using a NARX Neural Network Model. *Journal of Asset Management and Financing*, *14*(1), 21-48.

2383-1189 © University of Isfahan
This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

10.22108/amf.2025.143461.1940

Output) models, evaluates different forecasting horizons, conducts sensitivity analysis, and benchmarks its results against ARIMA. The central question is whether NARX can provide more accurate forecasts for TEDPIX.

Materials & Methods

This study utilizes TEDPIX data from 2009 to 2023, obtained from the official website of the Tehran Securities Technology Management Company. The NARX model is employed to forecast the next day's index value, while the NAR model extends the prediction to longer horizons. The research follows a four-stage methodology: data collection and preparation, preprocessing, model configuration and execution, and performance evaluation. In addition to price and trading volume, several technical indicators—including Simple Moving Average (SMA), Exponential Moving Average (EMA), Moving Average Convergence Divergence (MACD), and Relative Strength Index (RSI)—were computed to define the model's input variables. During model configuration, the optimal number of neurons, the best input combinations, and the most effective training algorithm were identified. Model optimization was guided by the Mean Squared Error (MSE), while the Mean Absolute Error (MAE) was used to compare prediction accuracy across models. Following model execution, a sensitivity analysis was conducted to evaluate the impact of neuron count on forecasting accuracy. Finally, the predictive performance of the NARX model was benchmarked against the NAR, NIO, and ARIMA models to assess its relative forecasting effectiveness.

Findings

The results indicate that the optimal input set for the NARX model includes opening, closing, highest, and lowest prices, trading volume, SMA (10), EMA (10), SMA (50), and EMA (50). The model showed its best performance when the number of neurons was set according to the formulation proposed by Dhafer et al. (2022). Among training algorithms, Levenberg-Marquardt, Bayesian Regularization, and Scaled Conjugate Gradient produced the most accurate outcomes, respectively. Model validation through sensitivity analysis confirmed its robustness: as shown in Figure 4, changes in the number of neurons resulted in controlled variations in accuracy, indicating model stability.

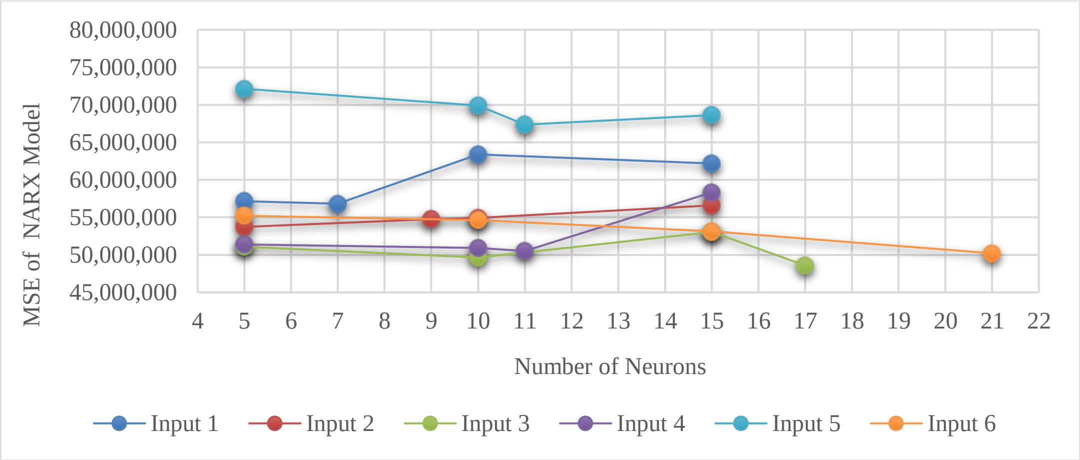


Figure (4) Sensitivity analysis of the NARX model to the number of neurons

Furthermore, a one-day-ahead forecasting comparison between NARX and ARIMA indicated the superior predictive capability of the proposed model. Over a 15-year period, the absolute percentage error for NARX was 0.32, compared to 0.55 for ARIMA (see Table 6).

Table (6) Comparison results of the ARIMA model with the NARX model

Time Horizon	Forecasted Value (NARX)	Forecasted Value (ARIMA)	MAE – NARX (%)	MAE – ARIMA (%)
15 Years	1,412,700	1,415,891	0.32	0.55
10 Years	1,414,200	1,416,041	0.43	0.56
5 Years	1,414,100	1,416,497	0.42	0.59
3 Years	1,413,300	1,416,040	0.36	0.56

Discussion and Conclusion

To enhance TEDPIX forecasting accuracy, this study proposes a model based on the optimized design and configuration of the NARX network, achieving a notably low error rate of 0.00052. Addressing the second objective, the NARX model was benchmarked against its predecessors—NIO and NAR—demonstrating superior performance consistent with findings by Alcalde et al. (2024). Moreover, by leveraging the predictive capacity of the NAR model, the forecasting horizon was extended to 21 days. Sensitivity analysis regarding the number of neurons, aligned with the study's fourth objective, confirmed the model's robustness. Additionally, a performance comparison with the ARIMA model showed that NARX outperformed ARIMA, in line with previous research by Alshater et al. (2022), Devyatkin and Otmakhova (2021), and Badshah et al. (2023). Despite these contributions, the study faces several limitations, including a constrained time frame, reliance solely on price and technical indicators, sensitivity to model configuration, and limited generalizability to other contexts. Future research may improve model performance by developing more efficient training algorithms, integrating hybrid approaches, expanding applications to diverse markets, and optimizing the network architecture.

مدیریت دارایی و تأمین مالی
سال چهاردهم، شماره اول، شماره پیاپی (۵۲)، ۱۴۰۵، ص ۲۱- ۴۸
تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۹/۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۳/۳

مقاله پژوهشی

پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل شبکۀ عصبی نارکس

علی تسلیم‌پور

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، حسابداری و مهندسی مالی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

ali.taslimpour@iau.ac.ir

غلامرضا عسکرزاده *

استادیار، گروه مدیریت مالی، دانشکده بازار و کسب وکار، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران

4469901849@iau.ir

کریم قالمق

استادیار، گروه مدیریت، دانشکده صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

ghalmeghkarim1441@shahroodut.ac.ir

هومن نصیری

استادیار، گروه اقتصاد، دانشکده علوم انسانی، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران

hoomannasiri@iau.ac.ir

چکیده

این پژوهش با هدف تعیین تنظیمات بهینۀ مدل شبکۀ عصبی خودرگرسیون غیرخطی با ورودی‌های برونزا (نارکس) برای پیش‌بینی روز آتی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران انجام شده است. سایر اهداف شامل مقایسۀ عملکرد مدل نارکس با مدل‌های شبکۀ عصبی خودرگرسیون غیرخطی (نار) و ورودی – خروجی غیرخطی (نایو)، توسعۀ بازۀ زمانی پیش‌بینی با استفاده از شبکۀ عصبی نار، اعتبارسنجی مدل نارکس ازطریق تحلیل حساسیت و مقایسۀ عملکرد آن با مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته (آریما) است. طبق داده‌های شاخص کل از سال ۱۳۸۸ تا ۱۴۰۲، مدل نارکس برای پیش‌بینی روز آتی و مدل نار برای توسعۀ بازۀ زمانی پیش‌بینی به کار گرفته شد. عملکرد مدل نارکس با مدل‌های نار، نایو و آریما براساس درصد خطای مطلق مقایسه شد. برای تعیین تنظیمات بهینۀ مدل نارکس و مقایسۀ عملکرد مدل نار با آریما نیز میانگین مجذور خطا ملاک قرار گرفت. یافته‌ها نشان می‌دهد که مدل نارکس پیشنهادی، در ترکیب با داده‌های قیمت باز، بسته، سقف و کف، حجم معاملات و میانگین‌های متحرک ساده و نمایی بهترین عملکرد پیش‌بینی را داشته است. در مقایسه با سایر الگوریتم‌های آموزشی، الگوریتم لونبرگ – مارکوارت بالاترین دقت را ایجاد کرده است. نتایج اعتبارسنجی نیز برتری مدل نارکس را به الگوریتم‌های شبکۀ عصبی نار و نایو و مدل سنتی آریما تأیید می‌کند. این پژوهش نخستین بررسی از عملکرد شبکۀ عصبی نارکس در پیش‌بینی شاخص کل بورس تهران است و یافته‌های آن، علاوه‌بر توسعۀ دانش نظری در زمینۀ کاربرد شبکۀ عصبی پویا می‌تواند به‌عنوان ابزاری اثربخش در اختیار تحلیلگران بازار سرمایه قرار گیرد.

کلیدواژه‌ها: پیش‌بینی قیمت، شاخص بورس، شبکۀ عصبی نارکس، یادگیری ماشین

طبقه‌بندی JEL: C45, C53, G12, G17

---

* نویسندۀ مسئول

تسلیم‌پور، علی، عسکرزاده، غلامرضا، قالمق، کریم و نصیری، هومن .(۱۴۰۵). پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل شبکه عصبی نارکس، *مدیریت دارایی و تامین مالی*، ۱۴ (۱)، ۲۱-۴۸.

2383-1189 © University of Isfahan
This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

10.22108/amf.2025.143461.1940

مقدمه

از اواخر قرن بیستم با پیشرفت فناوری‌های محاسباتی و توسعهٔ سیستم‌های معاملات الکترونیکی، بازارهای سرمایه رشد چشمگیری داشته و حجم عظیمی از داده‌های معاملاتی تولید شده است (Zeng et al., 2025). در این شرایط، سرمایه‌گذاران برای تصمیم‌گیری بهینه و مدیریت ریسک، نیازمند تحلیل و پیش‌بینی دقیق روندهای بازار هستند (Rashid & Ismail, 2024). در کشورهایی با بازار سرمایهٔ توسعه‌یافته که نسبت بالایی از شرکت‌ها در بورس حضور دارند، شاخص بورس نه‌تنها معیار عملکرد بازار، بلکه یک شاخص اقتصاد کلان محسوب می‌شود. روند صعودی پایدار آن موجب جذب سرمایه و افزایش سرمایه‌گذاری‌های بلندمدت می‌شود، درحالی‌که افت مداوم شاخص، خروج نقدینگی و گرایش به سرمایه‌گذاری‌های کوتاه‌مدت را در پی دارد (Raei et al., 2015). در ایران نیز بورس اوراق بهادار تهران[1] یک بازار مالی مهم محسوب می‌شود و شاخص کل این بازار را با عنوان شاخص قیمت و بازدهٔ نقدی[2] می‌شناسند. پیش‌بینی دقیق شاخص کل برای سرمایه‌گذاران، سیاست‌گذاران و تحلیلگران مالی برای اتخاذ تصمیمات آگاهانه بسیار حیاتی است (Amerishahrabi & Tayebisani, 2025; Chavoshi et al., 2022)؛ بااین‌حال، پیش‌بینی این شاخص به دلیل وابستگی آن به عوامل درهم‌تنیده‌ای از عملکرد مالی شرکت‌ها گرفته تا متغیرهای کلان اقتصادی، سیاست‌گذاری‌ها و حتی اخبار رسانه‌ای مسئله‌ای پویا و غیرخطی است (Osoolian et al., 2025; Zeng et al., 2025). این امر لزوم استفاده از رویکردهای نوین مدل‌سازی و پیش‌بینی شاخص با حداقل خطا را برجسته می‌سازد (Mahmoudiazar & Raei, 2014; Usefzadeh et al., 2023).

روش‌های سنتی پیش‌بینی قیمت در بازار سهام مانند مدل خودرگرسیون[3]، مدل میانگین متحرک[4]، مدل ترکیبی خودرگرسیون – میانگین متحرک[5] و مدل خودرگرسیون – میانگین متحرک انباشته[6] (آریما) در مدل‌سازی رفتارهای پیچیده و غیرخطی بازارهای مالی ناکام می‌مانند (Rashid & Ismail, 2024; Asadi et al., 2022). این روش‌ها در شرایطی که داده‌ها دارای الگوهای پنهان باشد، نوسان بالایی داشته باشد، دارای نویز باشد یا غیرایستا و غیرخطی باشد، دقت کافی فراهم نمی‌کند. به‌منظور رفع این محدودیت‌ها، الگوریتم یادگیری ماشین[7] طی سال‌های اخیر توسعه یافته است (Mtiraoui et al., 2023; Rafi et al., 2023).

یکی از مهم‌ترین مدل‌های یادگیری ماشین، شبکهٔ عصبی مصنوعی[8] است که در مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار بازار سهام عملکرد موفقیت‌آمیزی از خود نشان داده است (Shariffar et al., 2022; Dhafer et al., 2022). شبکهٔ عصبی مصنوعی با شبیه‌سازی مغز انسان ازطریق مجموعه‌ای از عناصر حافظه و توپولوژیکی به‌هم‌پیوسته، تاکنون به‌طور گسترده‌ای برای مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده غیرخطی استفاده شده است و در پیش‌بینی قیمت سهام مزایای مهمی در مقایسه با دیگر رویکردها دارد (Amerishahrabi & Tayebisani, 2025; Mirzaei et al., 2023). شبکهٔ عصبی مصنوعی در شناسایی و یادگیری الگوهای پیچیده و غیرخطی داده‌های تاریخی بازار سهام بسیار مؤثر است (Selvamuthu et al., 2022)؛ زیرا با داده‌های جدید تطبیق یافته و دقت پیش‌بینی خود را بهبود می‌دهد (Bhowmick et al., 2023)، توانایی پردازش داده‌های دارای نویز بالا و ناکامل را دارد (Cao & Wang, 2020) و از قابلیت مقیاس‌پذیری و ترکیب داده‌های مختلف برخوردار است (Asadi et al., 2022; Pawar et al., 2023).

---

[1] Tehran Stock Exchange (TSE)
[2] Tehran Exchange Dividend Price Index (TEDPIX)
[3] Autoregressive Model (AR)
[4] Moving Average Model (MA)
[5] Autoregressive Moving Average Model (ARMA)
[6] Autoregressive Integrated Moving Average Model (ARIMA)
[7] Machine Learning (ML)
[8] Artificial neural networks (ANN)

شبکهٔ عصبی مصنوعی به دو دسته **ایستا** و **پویا** تقسیم می‌شود. **شبکهٔ ایستا** مانند پرسپترون چندلایه[1] فاقد بازخورد یا تأخیر زمانی است و خروجی آن مستقیماً از ورودی‌ها دریافت می‌شود (Malekian & Chitsaz, 2021). درمقابل، **شبکهٔ پویا** با بهره‌گیری از ورودی‌های دارای تأخیر زمانی، قابلیت پردازش داده‌های گذشته را دارد. خروجی شبکهٔ پویا به مقادیر کنونی، پیشین و آینده وابسته است که به این شبکه حافظه بخشیده و امکان تحلیل وابستگی‌های زمانی را فراهم می‌کند (Rashid & Ismail, 2024). سه مدل اصلی در تحلیل سری‌های زمانی پویا عبارت‌اند از: خودرگرسیون غیرخطی[2] (نار)، ورودی – خروجی غیرخطی[3] (نایو) و مدل خودرگرسیون غیرخطی با ورودی‌های برونزا[4] (نارکس).

در میان انواع مدل‌های شبکهٔ عصبی مصنوعی، مدل نارکس به دلیل توانایی بالا در مدیریت عوامل غیرخطی و گنجاندن عوامل خارجی مؤثر بر بازار در مدل پیش‌بینی، توجهات زیادی را به خود جلب کرده است (Alcalde et al., 2024). در مدل نارکس، اطلاعات گذشته سری زمانی و عوامل خارجی به‌عنوان ورودی‌های شبکهٔ عصبی استفاده می‌شود. برای مدل‌سازی روابط پیچیده بین متغیرها و الگوهای زمانی غیرخطی نیز از لایه‌های مخفی با واحدهای غیرخطی استفاده می‌شود (Zhang & Qi, 2005). ساختار بازگشتی مدل نارکس به آن اجازه می‌دهد تا حافظه‌ای از مقادیر گذشته را حفظ کند که برای پیش‌بینی سری زمانی بسیار مهم است. مدل نارکس به‌خوبی شاخص‌های تکنیکال را در نظر می‌گیرد و دقت پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت را افزایش می‌دهد (Dhafer et al., 2022; Benyaala & Henchiri, 2024). در مقایسه با سایر شبکه‌های عصبی نیز این مدل، با درنظرگرفتن رابطهٔ بین ورودی‌های برونزا و متغیر هدف، تفسیر ساده‌تری ارائه می‌دهد و دقت بالاتری در پیش‌بینی سری‌های زمانی کوتاه دارد (Jaiswal et al., 2025)؛ به‌علاوه، این شبکه به دلیل یافتن سریع‌تر اوزان و پارامترهای بهینه، کارآمدتر از سایر مدل‌های شبکهٔ عصبی مصنوعی است (Dhafer et al., 2022; Zhang et al., 2023; Rahman et al., 2023).

باوجود این مزایا کاربرد مدل نارکس در پیش‌بینی بازارهای مالی بدون چالش نیست. یکی از چالش‌های اصلی انتخاب متغیرهای ورودی مناسب و تعیین معماری بهینهٔ شبکه به‌منظور عدم مواجه با مشکل بیش‌برازش است (Gündoğdu, 2020). دستیابی به عملکرد بهینه در این مدل مستلزم تنظیم پارامترها و آزمون‌های مکرر است (Xie et al., 2009). در راستای غلبه بر این چالش‌ها پژوهشگرانی که به کاربرد مدل نارکس پرداخته‌اند (Alcalde et al., 2024; Badshah et al., 2023; Alshater et al., 2022; Devyatkin & Otmakhova, 2021)، با تنظیم مجموعهٔ ورودی و معماری شبکهٔ نارکس متناسب با اهداف خاص پژوهش خود موفق به بهره‌مندی از مزایای این مدل شده‌اند؛ بااین‌حال، در بین ادبیات، تاکنون مطالعه‌ای مشاهده نشده است که کاربرد شبکهٔ عصبی نارکس را در پیش‌بینی شاخص کل بورس تهران بررسی کند. در پاسخ به خلأ موجود در زمینهٔ به‌کارگیری مدل‌های پویا برای پیش‌بینی بازار سرمایه، این پژوهش در پی دستیابی به چند هدف اصلی است: ۱) تعیین تنظیمات بهینهٔ مدل نارکس برای پیش‌بینی شاخص کل بورس تهران در روز آینده؛ ۲) مقایسهٔ عملکرد این مدل با دو مدل دیگر از شبکهٔ‌های عصبی مصنوعی پویا، یعنی مدل نار و مدل نایو؛ ۳) توسعهٔ بازهٔ زمانی پیش‌بینی با بهره‌گیری از قابلیت مدل نار؛ ۴) تحلیل حساسیت مدل نارکس پیشنهادی و ۵) مقایسهٔ عملکرد مدل نارکس با مدل سنتی آریما.

بنابراین، این مقاله با بررسی جامع قابلیت مدل شبکهٔ عصبی نارکس در پیش‌بینی شاخص کل بورس، علاوه‌بر پیشبرد جبههٔ دانش در حوزهٔ الگوریتم‌های پیش‌بینی قیمت سهام یا شاخص بورس می‌تواند ابزار مناسبی را به‌منظور مدیریت بهتر ریسک سرمایه‌گذاری در بازار بورس تهران در اختیار متخصصان مالی و فعالان این بازار قرار دهد. پس از این بخش، پژوهش حاضر در چهار بخش دیگر سازمان‌دهی شده است: در بخش مبانی نظری، مفاهیم نظری مرتبط با اهداف پژوهش تشریح و ادبیات موجود در

[1] Multi-Layer Perceptron (MLP)
[2] Non-linear Autoregressive (NAR)
[3] Non-linear Input-Output (NIO)
[4] Nonlinear Autoregressive with Exogenous Inputs (NARX)

این زمینه بررسی شده است؛ در بخش روش‌شناسی، جزئیات فرایند چهارمرحله‌ای پژوهش به‌طور کامل و دقیق توضیح داده شده است؛ در بخش یافته‌ها، نتایج به‌دست‌آمده از اجرای مدل‌ها و ارزیابی دقت مدل پیشنهادی ارائه شده است؛ در بخش بحث و نتیجه‌گیری نیز نتایج به‌دست‌آمده جمع‌بندی و تحلیل شده و پیشنهادهایی برای پژوهشگران آتی مطرح شده است.

مبانی نظری پژوهش

روش‌های پیش‌بینی در بازارهای مالی به دو دستهٔ ساختاری و سری زمانی تقسیم می‌شود. در روش‌های ساختاری، مقدار متغیر وابسته براساس متغیرهای مستقل تعیین می‌شود، درحالی‌که در مدل‌های سری زمانی از داده‌های گذشتهٔ یک متغیر برای پیش‌بینی مقدار آیندهٔ آن استفاده می‌شود (Raei et al., 2015). در تحلیل‌های مالی و اقتصادی، روش سری زمانی در مقایسه با روش ساختاری به دلیل سادگی بیشتر، کابرد بیشتری دارد. روش پیش‌بینی سری‌های زمانی نیز خود به دو دستهٔ خطی و غیرخطی تقسیم می‌شود (Rashid & Ismail, 2024). در بین مدل‌های سری زمانی خطی، مدل آریما به‌عنوان یکی از دستاوردهای مهم در پیش‌بینی سری‌های زمانی شناخته می‌شود؛ اما تمام این مدل‌های خطی در شناسایی روندهای غیرخطی ناتوان هستند. برای رفع این مشکل، مدل‌های غیرخطی مانند ناهمسان واریانس خودرگرسیون تعمیم‌یافته (گارچ[1]) پیشنهاد شده‌اند (Han et al., 2024)؛ بااین‌حال، مدل‌های آماری آریما و گارچ نیز به روابط خطی و توزیع نرمال متکی‌اند که این شرایط معمولاً در بازارهای مالی برقرار نیست (Raei et al., 2015).

در این راستا، پیشرفت‌های اخیر در حوزهٔ هوش مصنوعی موجب بهبود چشمگیر عملکرد مدل‌های پیش‌بینی در بازار سهام شده است (Chen et al., 2021; Zhang et al., 2023). این مدل‌ها به‌ویژه برای پیش‌بینی روندهای زمانی، قابلیت بهتری در مدیریت الگوهای نامطمئن، دارای نویز بالا و غیرخطی دارند و به دلیل دقت بیشتر در پیش‌بینی، محبوبیت روزافزونی پیدا کرده‌اند (Kumar et al., 2022). یادگیری ماشین[2] به‌عنوان یکی از زیرمجموعه‌های اصلی هوش مصنوعی با بهره‌مندی از الگوریتم‌هایی که می‌توانند از تجربه بیاموزند و بدون برنامه‌ریزی صریح بهبود یابند، دقت پیش‌بینی در محیط‌های پرتلاطم مالی را افزایش داده است (Amerishahrabi & Tayebisani, 2025). فراتر از یادگیری ماشین، یادگیری عمیق[3] با استفاده از ساختارهای شبکهٔ عصبی چندلایه، قابلیت مدل‌سازی روابط غیرخطی و پیچیده را به میزان زیادی افزایش داده و به دلیل ظرفیت بالای پردازش داده‌های مالی در زمینهٔ پیش‌بینی قیمت سهام یا تحلیل سری‌های زمانی، بسیار کارآمد است (Mirzaei et al., 2023). یادگیری عمیق برای نخستین‌بار در سال ۲۰۰۵ معرفی شد و از سال ۲۰۱۲ به‌شدت در کانون توجه پژوهشگران قرار گرفت. درواقع، این مفهوم به بررسی نوآوری‌ها در طراحی شبکه‌های عصبی مصنوعی اختصاص دارد (Beheshtimasalegou et al., 2023). شبکهٔ عصبی مصنوعی به‌عنوان یکی از مدل‌های محوری در یادگیری عمیق، با الهام از ساختار مغز انسان توسعه یافته و ازطریق ایجاد اتصالات بین نورون‌های مصنوعی قادر به یادگیری و پیش‌بینی الگوهای پیچیده مالی است (Dhafer et al., 2022). به بیان دقیق‌تر، شبکهٔ عصبی از لایه‌هایی متشکل از گره‌های به‌هم‌پیوسته یا نورون‌ها تشکیل می‌شود که وظیفهٔ پردازش و انتقال اطلاعات را بر عهده دارند. هر نورون ورودی خود را از سایر نورون‌ها دریافت می‌کند و با اعمال یک تابع ریاضی بر این ورودی‌ها، خروجی تولید می‌کند که سپس به نورون‌های موجود در لایهٔ بعدی منتقل می‌شود (Gülmez & Kulluk, 2019). ساختار و عملکرد شبکهٔ عصبی مصنوعی ازطریق فرایند آموزش تنظیم‌پذیر است. در طی این فرایند، شبکه با مجموعه‌ای از ورودی‌ها و خروجی‌های متناظر مواجه می‌شود و با تنظیم وزن‌ها و بایاس‌ها می‌کوشد تا اختلاف میان خروجی پیش‌بینی‌شده و خروجی واقعی را به حداقل برساند. این روند به شبکه امکان می‌دهد تا قابلیت یادگیری و عملکرد خود را بهبود بخشد (Gülmez, 2023; Gülcü, 2022).

[1] Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)
[2] Machine Learning
[3] Deep Learning (DL)

ساختار شبکه‌های عصبی براساس تعداد لایه‌ها و موقعیت نورون‌ها به دسته‌های مختلفی تقسیم می‌شود (Dhafer et al., 2022). انتخاب مدل مناسب شبکهٔ عصبی بستگی به ویژگی‌های مسئلهٔ پژوهش دارد. انواع شبکهٔ عصبی عمیق شامل شبکه‌های عصبی خودرمزگذار[1]، شبکه‌های باور عمیق[2]، شبکه‌های پیچشی[3] و شبکه‌های بازگشتی[4] است (Beheshtimasalegou et al., 2023). در این میان، شبکهٔ عصبی بازگشتی با بهره‌گیری از حافظهٔ داخلی، قابلیت درک وابستگی‌های زمانی را دارد و به‌ویژه در پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی نظیر قیمت سهام عملکرد موفق داشته است (Zheng et al., 2022; Gülmez & Kulluk, 2019). شبکهٔ عصبی بازگشتی دارای ساختار بازخوردی است که در آن خروجی شبکه به همراه ورودی بعدی به شبکه بازگردانده می‌شود. این ویژگی امکان حفظ اطلاعات مربوط به ورودی‌های قبلی و استفاده از آن را در پردازش دنباله‌ای از داده‌ها فراهم می‌کند (Selvin et al., 2017). مفهوم شبکهٔ بازگشتی در دههٔ ۱۹۸۰ معرفی شد و به‌طور خاص برای پردازش داده‌های سری یا دنباله‌ای توسعه یافت. در این نوع شبکه، هر نورون می‌تواند حالت داخلی یا حافظه‌ای برای نگهداری اطلاعات مرتبط با ورودی‌های قبلی داشته باشد که این ویژگی در کاربردهای مبتنی‌بر داده‌های سری اهمیت زیادی دارد (Amerishahrabi & Tayebisani, 2025).

یکی از مدل‌های پیشرفتهٔ شبکهٔ عصبی بازگشتی، مدل نارکس است که در آن نورون‌ها به‌طور غیرخطی به ورودی‌ها و خروجی‌های گذشته متصل می‌شوند. این ویژگی به مدل کمک می‌کند تا پیش‌بینی‌های دقیق‌تری ارائه دهد و آن را به ابزاری قدرتمند برای تحلیل داده‌های مالی تبدیل می‌کند (Dhafer et al., 2022). مدل‌های پویای نار و نایو، مدل‌های شبکهٔ عصبی مشابهی هستند که پیش‌بینی‌هایی دربارهٔ یک سری زمانی (درونزا) با استفاده از داده‌های ورودی مختلف انجام می‌دهند؛ با این تفاوت که مدل نار یک مدل خودرگرسیون است؛ یعنی از داده‌هایی که قرار است پیش‌بینی شوند، به‌عنوان داده‌های ورودی استفاده می‌کند و فقط از این داده‌ها بهره می‌برد. برعکس، مدل نایو تنها از داده‌های منبع برونزا استفاده می‌کند؛ یعنی داده‌هایی که قرار است پیش‌بینی شوند، برای پیش‌بینی استفاده نمی‌شوند؛ به‌این‌ترتیب، مدل نارکس این دو رویکرد را ترکیب می‌کند و از هر دو منبع دادهٔ درونزا و برونزا استفاده می‌کند؛ یعنی هم از سری زمانی که قرار است پیش‌بینی شود و هم از سایر منابع داده (Alcalde et al., 2024). برای ارائهٔ درک بهتر از عملکرد نسبی شبکهٔ عصبی نارکس، این پژوهش هم‌راستا با مطالعات رشید و اسماعیل (Rashid & Ismail, 2024) و آلکالده و همکاران (Alcalde et al., 2024) آن را با دو مدل دیگر شبکه‌های عصبی پویا یعنی نار و نایو نیز مقایسه کرده است که زمینه‌ساز توسعهٔ مدل نارکس بوده‌اند.

مدل شبکهٔ عصبی نار به دلیل **سادگی و کارایی بالا در شناسایی روابط غیرخطی در داده‌های سری زمانی تک‌متغیره** توجه پژوهشگران بسیاری را به خود جلب کرده است. فرمول ریاضی این مدل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{y}(t) = f(y(t-1), \ldots, y(t-n_y)) \qquad \text{رابطه ۱}$$

که در آن $\hat{y}(t)$ خروجی در زمان t است و n تعداد تأخیرها است؛ بدین معنی که این مدل از n_y تا مقدار قبلی از منبع دادهٔ درونزای y را برای تعیین مقدار پیش‌بینی $\hat{y}(t)$ استفاده می‌کند (Alcalde et al., 2024).

این مدل به دلیل توانایی در مدل‌سازی پویایی‌های غیرخطی، در محیط‌های ناپایدار عملکرد بهتری در مقایسه با مدل‌های خطی سنتی ارائه می‌دهد (Xu & Hu, 2023)؛ با این‌حال، ناتوانی در به‌کارگیری متغیرهای برونزا یکی از محدودیت‌های اساسی آن به شمار می‌رود و می‌تواند دقت پیش‌بینی را در مسائل مالی پیچیده کاهش دهد؛ به همین دلیل، مدل نار عمدتاً در

[1] Autoencoder (AE)
[2] Deep Belief Networks (DBN)
[3] Convolutional Neural Networks (CNN)
[4] Recurrent Neural Networks (RNN)

مسائلی استفاده می‌شود که تنها مقادیر گذشتهٔ متغیر هدف در دسترس باشد (Ma et al., 2020). از سوی دیگر، افزایش تعداد پارامترها در مدل نار می‌تواند به بیش‌برازش منجر شـــود و دقت تعمیم‌پذیری را کاهش دهد (Borrero & Mariscal, 2023). افزون بر این موارد، فرایند آموزش این مدل به‌ویژه در شـرایط مجموعه‌داده‌های بزرگ نیازمند منابع محاسـباتی درخور توجهی است (Ahmad et al., 2025).

شبکهٔ عصبی **نایو** برای پیش‌بینی مقدار **متغیر وابسته** $y(t)$ از مقادیر گذشته **متغیر مستقل** $x(t)$ استفاده می‌کند. مدل نایو طبق رابطهٔ زیر عمل می‌کند:

$$\hat{y}(t) = f\,(x(t-1),\ldots,\, x\,(t-n_x)) \qquad \text{رابطه ۲}$$

که در آن $\hat{y}(t)$ خروجی وابسته در زمان t اسـت و n تعداد تأخیرها اسـت؛ بدین معنی که این مدل از n_x تا مقدار قبلی از منبع داده برون‌زای x را برای تعیین مقدار پیش‌بینی $\hat{y}(t)$ اســـتفاده می‌کند (Alcalde et al., 2024). این مدل می‌تواند سیستم‌هایی را که مفروضات خطی در آن‌ها صادق نیست، به‌طور مؤثرتری نسبت‌به مدل‌های سنتی مدل‌سازی کند و در محیط‌های پیچیده، عملکرد پیش‌بینی بهتری ارائه دهد؛ به‌این‌ترتیب، این مدل بیشتر در شـرایطی به کار می‌رود که درک پویایی غیرخطی میان ورودی‌ها و خروجی‌ها اهمیت دارد (Kong et al., 2023). مدل نایو ازنظر سـاختاری مشابه **نارکس** است؛ زیرا شـامل دو مجموعه ورودی و خروجی اســت؛ بااین‌حال، پیش‌بینی مقدار $y(t)$ بدون لحاظ مقادیر قبلی آن مهم‌ترین محدودیت این مدل در مقایسه با نارکس محسوب می‌شود (Rashid & Ismail, 2024).

شـــبکهٔ عصـــبی نارکس با توانایی مدل‌ســـازی روابط غیرخطی و گنجاندن ورودی‌های برون‌زا که عوامل خارجی مؤثر بر سیستم مدل‌سازی شده هستند، شناخته می‌شود. مدل نارکس با معادلهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{y}\,(t) = f\,(y(t-1),\ldots,\, y\,(t-n_y), x(t-1),\ldots,\, x\,(t-n_x)) \qquad \text{رابطه ۳}$$

که در آن $\hat{y}(t)$ خروجی در زمان t اسـت، $x(t)$ ورودی‌های برون‌زا را نشان می‌دهد و n تعداد تأخیرها است؛ بدین معنی که این مدل از n_y تا مقدار قبلی از منبع دادهٔ درون‌زای y و n_x تا مقدار قبلی از منبع دادهٔ برون‌زای x برای تعیین مقدار پیش‌بینی $\hat{y}(t)$ اسـتفاده می‌کند (Baffour et al., 2019). تابع f معمولاً یک تابع غیرخطی است که توسط یک شبکهٔ عصبی تقریب زده می‌شود.

شبکهٔ عصبی نارکس در مقایسه باروش‌های سنتی پیش‌بینی و سایر سـاختارهای شبکهٔ عصبی، از چند منظر برتری دارد. توانایی این مدل در بازنمایی روابط غیرخطی، آن را برای تحلیل رفتارهای پیچیدهٔ بازارهای مالی به گزینه‌ای مناســـب تبدیل کرده اســـت. ویژگی دیگر این مدل، قابلیت دریافت داده‌های برون‌زاســـت که امکان در نظر گرفتن تأثیر عوامل خارجی مانند شـاخص‌های اقتصـادی، رویدادهای سیاسـی و جریان‌های جهانی را فراهم می‌سازد (Dhafer et al., 2022). سـاختار بازگشـتی این شبکه نیز سبب می‌شود وابستگی‌ها و الگوهای زمانی نهفته در داده‌های مالی به‌درستی شناسایی شود. بر پایهٔ پژوهش‌های انجام‌شـده، مدل نارکس در بسـیاری از وظایف پیش‌بینی ازجمله پیش‌بینی بازار سـهام، عملکردی بهتر از شـبکه‌های عصـبی پیش‌خور و دیگر انواع شـبکه‌های بازگشـتی دارد (Zhang et al., 2023). بر مبنای این مزایا، پژوهشـگران بسـیاری عملکرد این مدل را در زمینه‌های مختلف بررسـی کرده‌اند. هن و همکاران (Han et al., 2020) با ترکیب الگوریتم ژنتیک و شـبکهٔ عصـبی نارکس، مدلی برای پیش‌بینی قیمت روزانهٔ بیت‌کوین ارائه کردند. نتایج مطالعهٔ آنان نشـــان داد که الگوریتم ژنتیک در تعیین ساختار بهینهٔ شبکهٔ عصبی در مقایسه با معیارهای اطلاعاتی همچون آکایکه و شوارتز عملکرد مؤثرتری دارد. بفور و همکاران (Baffour et al., 2019) از الگوریتم نارکس برای بهبود عملکرد مدل نامتقارن جی. جی. آر[1] در پیش‌بینی نوســـانات نرخ ارز

[1] Glosten, Jagannathan, and Runkle (GJR)

بهره گرفتند. این ترکیب توانست خطای پیش‌بینی را تا ۹۰درصد کاهش دهد و با شناسایی نوسانات نامتقارن و خوشه‌های نوسانی، دقت بالاتری در مقایسه با مدل‌های سنتی نظیر گارچ و اپگارچ[1] به دست آورد. الجوجو و همکاران (Aljojo et al., 2021) با استفاده از مدل نارکس، نقش زمان‌بندی معاملات را در تغییرات ارزش بیت‌کوین بررسی کردند. این مطالعه نشان داد که دقت پیش‌بینی به ۹۶درصد رسیده و الگوهای زمانی مشخصی در رفتار قیمتی بیت‌کوین وجود دارد که توسط مدل قابل‌شناسایی است. الشاطر و همکاران (Alshater et al., 2022) مدل نارکس را با استفاده از شاخص‌های عدم قطعیت برای پیش‌بینی قیمت سهام انرژی به کار گرفتند. نتایج نشان داد که این مدل در مقایسه با ۲۵ روش یادگیری ماشین و سنتی، به‌مراتب دقت پیش‌بینی بالاتری را فراهم می‌کند. دویاتکین و اتماخوا (Devyatkin & Otmakhova, 2021) عملکرد مدل نارکس را در مقایسه با مدل ترنسفرمر برای پیش‌بینی میان‌مدت تولید و صادرات محصولات کشاورزی ارزیابی کردند. آن‌ها دریافتند که مدل نارکس به دلیل توانایی در تحلیل وابستگی‌های بلندمدت و ویژگی‌های غیرخطی، عملکرد برتری در مقایسه با مدل‌های سنتی دارد. دفر و همکاران (Dhafer et al., 2022) با هدف پیش‌بینی قیمت‌های روزانهٔ سهام بانک سی. آی. ام. بی در مالزی، شاخص‌های تحلیل تکنیکال را در ترکیب با مدل شبکهٔ عصبی نارکس به کار بردند. شش متغیر تکنیکال شامل مومنتوم[2]، میانگین متحرک همگرایی و واگرایی[3]، شاخص قدرت نسبی[4]، اسیلاتور[5]، دامنهٔ درصد ویلیامز[6] و حجم تغییرات[7] به‌عنوان مجموعه‌های برون‌زای این مدل شبکهٔ عصبی در نظر گرفته شدند. آن‌ها پی بردند که با این مدل شبکهٔ عصبی، نرخ دقت پیش‌بینی[8] به بیش از ۸۱درصد رسیده است. بادشاه و همکاران (Badshah et al., 2023) در مقایسهٔ مدل‌های نارکس، گارچ و مدل خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته با متغیرهای برون‌زا (آریمکس[9]) در زمینهٔ پیش‌بینی قیمت طلا در ترکیه، دریافتند که مدل نارکس بیشترین میزان دقت را دارد. آلکالده و همکاران (Alcalde et al., 2024) برای نخستین بار مدل‌های نار، نایو و نارکس را برای پیش‌بینی قیمت فولاد در اسپانیا مقایسه کردند. یافته‌های آنان نشان داد که مدل نارکس در مقایسه با سایر شبکه‌های عصبی عملکرد بهتری ارائه می‌دهد که این یافته، الهام‌بخش انتخاب الگوریتم‌های مقایسه‌ای در پژوهش حاضر است.

درمجموع، مرور مطالعات پیشین حاکی‌ازآن است که مدل شبکهٔ عصبی نارکس به دلیل توانایی در مدل‌سازی ویژگی‌های غیرخطی و وابستگی‌های زمانی بلندمدت، در زمینه‌های مختلف پیش‌بینی مالی کارایی درخور توجهی دارد. هرچند پژوهش حاضر بر شبکهٔ عصبی نارکس تمرکز دارد، مرور گسترده‌تر ادبیات مرتبط حاکی‌ازآن است که سایر مدل‌های شبکهٔ عصبی نیز به‌ویژه در مقایسه با رویکردهای سنتی از عملکرد مطلوبی برخوردارند. شریف‌مقدم و هاشمی (Sharifmoghaddam & Hashemi, 2018) با ترکیب تحلیل تکنیکال و یک شبکهٔ عصبی مصنوعی چهارلایه شامل تابع فعالیت سیگموئید و الگوریتم پس‌انتشار خطا[10] توانستند نرخ ارز یورو به دلار در روز آتی را با دقت ۷۳٪ پیش‌بینی کنند. اسدی و همکاران (Asadi et al., 2022) کارایی شبکهٔ عصبی مصنوعی را در پیش‌بینی سود شرکت‌های بورس تهران بررسی کردند و نشان دادند که این الگوریتم در مقایسه با مدل میانگین متحرک خودرگرسیونی و روش هموارسازی نمایی روند هولت – دمپ[11] از دقت پیش‌بینی بالاتری برخوردار است. با گسترش کاربرد شبکه‌های عصبی، پژوهشگران به سوی توسعهٔ مدل‌های ترکیبی پیش

[1] Asymmetric Power Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (APGARCH)
[2] Momentum
[3] Moving Average Convergence Divergence (MACD)
[4] Relative Strength Index (RSI)
[5] Oscillator
[6] Williams Percent Range (WPCTR)
[7] Change in Volume (CHVOL)
[8] hit rate
[9] Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous Variables (ARIMAX)
[10] Backpropagation Neural Network - BPNN
[11] Holt-Damped Trend Exponential Smoothing (HDZ)

رفتند. صفری دهنوی و شفیعی (Safaridehnavy & Shafiei, 2021) ترکیب شبکهٔ عصبی فازی[1]، تابع سینک[2]، الگوریتم بهینه‌سازی ملخ بهبودیافته[3] و الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری[4] را به‌منظور پیش‌بینی قیمت سهام در بورس تهران به کار بردند که با بهبود سرعت و دقت پیش‌بینی مدل شبکهٔ عصبی معمولی همراه بود. ظفر و حسین (Zaffar & Hussain, 2022) با لحاظ احساسات خبری برای تحلیل بهتر داده‌ها، مدلی مبتنی‌بر شبکهٔ عصبی مصنوعی حافظهٔ طولانی-کوتاه‌مدت و مدل میانگین متحرک خودرگرسیون (آرما)[5] ارائه دادند که در پیش‌بینی چرخه‌های شاخص بورس کراچی دقت بالایی نشان داد. وزیری کردستانی و همکاران (Vazirikordestani et al., 2022) با استفاده از شبکه‌های عصبی بازگشتی و بازگشتی دوطرفهٔ بهینه‌شده با الگوریتم ازدحام ذرات[6] موفق شدند تا عملکرد پیش‌بینی قیمت سهام در بازارهای بورس و فرابورس تهران را در مقایسه با مدل‌های شبکهٔ عصبی پرسپترون چندلایه، درخت رگرسیون و طبقه‌بندی[7] و ماشین بردار پشتیبان[8] بهبود دهند. بهشتی مسئله‌گو و همکاران (Beheshtimasalegou et al., 2023) داده‌های عددی شاخص داوجونز[9] و اطلاعات متنی شبکهٔ اجتماعی ردیت[10] را برای مدل‌سازی شبکهٔ عصبی مصنوعی حافظهٔ طولانی-کوتاه‌مدت[11] به کار بردند. آن‌ها دریافتند که الگوریتم به‌کاررفته با دقت ۶۹.۱۹٪ بهترین عملکرد را در پیش‌بینی با ترکیب اخبار و داده‌های مالی داشته است؛ درحالی‌که دقت پیش‌بینی اخبار به‌تنهایی ۶۵.۶۲٪ و داده‌های عددی ۵۱.۸۹٪ بوده است. گولمز (Gülmez, 2023) به‌منظور پیش‌بینی شاخص صنعتی داوجونز، الگوریتم‌های شبکهٔ عصبی مصنوعی معمولی، یادگیری طولانی-کوتاه‌مدت، یادگیری طولانی کوتاه‌مدت دوبُعدی، یادگیری طولانی-کوتاه‌مدت سه‌بُعدی، یادگیری طولانی-کوتاه‌مدت بهینه‌شده با الگوریتم ژنتیک و یادگیری طولانی-کوتاه‌مدت بهینه‌شده با الگوریتم خرگوش‌های مصنوعی[12] را به کار برد و دریافت که مدل یادگیری طولانی-کوتاه‌مدت بهینه‌شده با الگوریتم خرگوش‌های مصنوعی و به دنبال آن شبکهٔ عصبی مصنوعی بالاترین میزان دقت و کارایی را داشته است. اشرفی‌جو و همکاران (Ashrafijoo et al., 2023) با استفاده از شبکهٔ عصبی مصنوعی مبتنی‌بر داده‌های کمترین قیمت، شاخص بورس تهران را پیش‌بینی کردند. آن‌ها دریافتند که آموزش به شبکه با هریک سه الگوریتم پس‌انتشار خطا[13]، لونبرگ-مارکوارت[14] و گرادیان مزدوج مقیاس‌شده[15] دقت ۹۹.۹٪ را ارائه می‌دهد. پاتانایاک و همکاران (Pattanayak et al., 2024) عملکرد ۱۰ مدل مختلف یادگیری ماشین هند را به‌منظور پیش‌بینی قیمت روز بعد سهام ۵۰ شرکت برتر در بورس ملی هند بررسی کردند. یافته‌های آن‌ها نشان داد که مدل تک‌مرحله‌ای حافظهٔ طولانی-کوتاه‌مدت[16] بهترین عملکرد را دارد؛ درنهایت، عامری شهرابی و طیبی ثانی (Amerishahrabi & Tayebisani, 2025) شبکهٔ عصبی بازگشتی حافظهٔ طولانی-کوتاه‌مدت را برای پیش‌بینی قیمت سهام شرکت‌های برتر بورس تهران به کار بردند و معناداری آماری مدل پیشنهادی را نشان دادند.

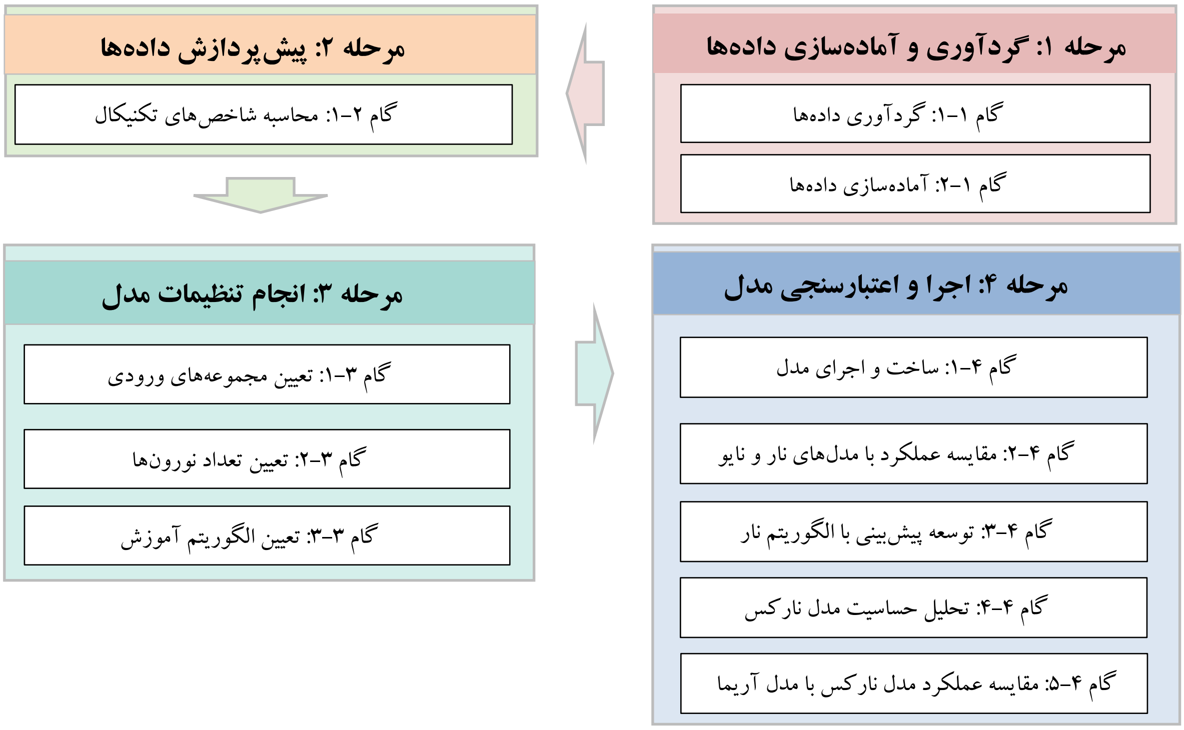
[1] Fuzzy Neural Network
[2] Sinc Function
[3] Improved Grasshopper Optimization Algorithm
[4] Grey Wolf Optimization (GWO)
[5] Autoregressive Moving Average (ARMA)
[6] Particle Swarm Optimization (PSO)
[7] Classification and Regression Tree (CART)
[8] Support Vector Machine (SVM)
[9] Dow Jones Industrial Average (DJIA)
[10] Reddit
[11] Long Short-Term Memory (LSTM)
[12] Artificial Rabbits Optimization (ARO)
[13] Backpropagation Neural Network - BPNN
[14] Levenberg-Marquardt - LM
[15] Scaled Conjugate Gradient - SCG
[16] LSTM Single-Step

همان‌طور که مرور ادبیات فوق نشان می‌دهد، باوجود مزایای کاربرد شبکهٔ عصبی نارکس، تاکنون پژوهشی به چشم نمی‌خورد که به‌منظور رفع چالش پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از این رویکرد استفاده کرده باشد؛ بنابراین، با هدف رفع خلأ پژوهشی شناسایی‌شده، مطالعهٔ حاضر در نظر دارد با بهبود عملکرد این الگوریتم به سرمایه‌گذاران فعال در این بازار به‌منظور کاهش ریسک‌های مرتبط یاری رساند.

روش پژوهش

در این پژوهش داده‌های شاخص بورس اوراق بهادار تهران در بازهٔ زمانی پانزده سال اخیر شامل سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۴۰۲ از وب‌سایت شرکت مدیریت فناوری بورس تهران[1] اقتباس‌شده‌اند؛ بنابراین، شیوهٔ نمونه‌گیری در این پژوهش از نوع هدفمند است و معیار انتخاب شاخص، همبستگی بالای آن با صندوق‌های فعال در بورس است. علت انتخاب این بازهٔ زمانی این است که سال ۱۳۹۲ بورس تهران در سقف تاریخی خود قرار داشته است؛ درنتیجه نمونهٔ مناسبی شامل فرازونشیب‌های تاریخی قیمت سهام خواهد بود.

وظیفهٔ پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی اساساً با تنظیم پارامترهای مدل برای دستیابی به حداقل خطای آزمون پیاده‌سازی می‌شود. این معیار به‌طور گسترده‌ای به‌عنوان معیاری برای مقایسهٔ مدل‌ها استفاده می‌شود و به یک شاخص مهم برای عملکرد مدل در پیش‌بینی قیمت سهام تبدیل شده است (Chong et al., 2017). در ادامه، معماری شبکهٔ عصبی نارکس و نیز فرایند پژوهش مطرح شده است. به‌منظور دستیابی به اهداف پژوهش، فرایندی چهارمرحله‌ای شامل گردآوری و آماده‌سازی داده‌ها، پیش‌پردازش داده‌ها، انجام تنظیمات مدل و اجرا و اعتبارسنجی مدل، مطابق شکل ۱ اجرا شده است.



شکل (۱): فرایند پژوهش

Figure (1) Research process

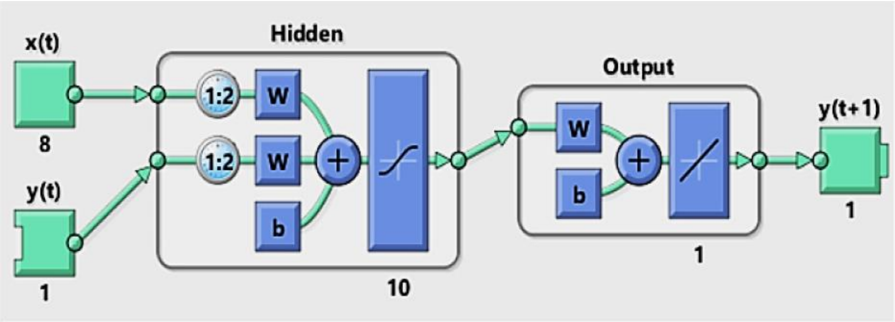
[1] https://tsetmc.com/

بینی شاخص کل بورس تهران شامل داده‌های روزانهٔ پایین‌ترین و بالاترین قیمت، قیمت‌های باز و منظور پیش در مرحلهٔ ۱ به بسته‌شدن و نیز حجم معاملات[1] برای یک دورهٔ ۱۵ساله (فروردین ۱۳۸۸ تا اسفند ۱۴۰۲) از وب‌سایت شرکت مدیریت) و ظفر و Aljojo et al., 2021فناوری بورس تهران گردآوری شد. مشابه با رویکرد پژوهشگرانی نظیر الجوجو و همکاران (های بازشدن (باز)، های پایین‌ترین قیمت (کف)، بالاترین قیمت (سقف)، قیمت) داده Zaffar & Hussain, 2022حسین (در روز بعد انتخاب بینی قیمت بسته‌زا به‌منظور پیش‌شدن (بسته) به‌عنوان متغیر درون‌به‌عنوان متغیرهای برون‌زا و قیمت بسته های سه‌ساله، پنج‌ساله، ده‌ساله و پانزده‌ساله تشکیل شد. ها شامل داده از این داده‌شد. سپس چهار زیرمجموعه

در مرحلهٔ ۲ به‌منظور تشکیل مجموعه‌های ورودی به مدل شبکهٔ عصبی نارکس، علاوه‌بر داده‌های قیمتی و حجم معاملات از برخی شاخص‌های تکنیکال مطابق با رویکرد رایج در بین ادبیات استفاده شده است (Dhafer et al., 2022). شبکه‌های عصبی با ترکیب داده‌های تاریخی و شاخص‌های تکنیکال، قابلیت یادگیری الگوهای پیچیده را پیدا می‌کنند؛ بنابراین، تحلیل تکنیکال نقش کلیدی در تقویت الگوریتم‌های شبکهٔ عصبی دارد و آن را قادر می‌سازد تا به شکل بهینه‌تری تغییرات قیمتی شاخص بورس را پیش‌بینی کند (Ashrafijoo et al., 2023). شاخص‌های تکنیکال لازم برای تقویت مدل شبکهٔ عصبی نارکس، در ادامه تعریف شده‌اند. میانگین متحرک ساده[2] با محاسبهٔ میانگین قیمت‌ها در یک دورهٔ مشخص به دست می‌آید. این شاخص داده‌های قیمتی را هموار کرده و به شناسایی روندها در طول زمان کمک می‌کند. به‌طور معمول برای تعیین سطوح حمایت و مقاومت در معاملات سهام استفاده می‌شود. میانگین متحرک نمایی[3] به قیمت‌های اخیر وزن بیشتری داده و در مقایسه با میانگین متحرک ساده به تغییرات جدید سریع‌تر واکنش نشان می‌دهد. این شاخص بیشتر برای تشخیص جهت روند و شناسایی نقاط احتمالی بازگشت به کار می‌رود. همگرایی-واگرایی میانگین متحرک[4]، یک شاخص شتابیِ دنباله‌رو روند است که رابطهٔ بین دو میانگین متحرک قیمت یک دارایی را نشان می‌دهد. این شاخص برای شناسایی سیگنال‌های خریدوفروش احتمالی براساس تقاطع‌ها و واگرایی‌ها استفاده می‌شود. شاخص قدرت نسبی[5]، یک نوسانگر شتابی است که سرعت و تغییرات حرکات قیمتی را اندازه‌گیری می‌کند. این شاخص بین ۰ تا ۱۰۰ متغیر است و معمولاً برای شناسایی شرایط اشباع خرید یا اشباع فروش در بازار به کار می‌رود. هریک از این شاخص‌هایی که معرفی شده‌اند، با نرم‌افزار اکسل محاسبه و زیرمجموعه‌های مذکور از آن‌ها تهیه شد.

در مرحلهٔ ۳ تنظیمات مدل انجام شد. مدل نارکس در حالت کلی شامل یک لایهٔ ورودی، یک یا چند لایهٔ مخفی و یک لایهٔ خروجی است که با نرم‌افزار متلب ساخته شده است. ورودی‌های مدل شامل متغیرهای تکنیکال و قیمتی بازار هستند که با یک مقدار تاخیر[6] به شبکهٔ وارد می‌شوند. شکل ۲ معماری استاندارد شبکهٔ نارکس را نشان می‌دهد.

[1] Trading Volume
[2] Simple Moving Average (SMA)
[3] Exponential Moving Average (EMA)
[4] Moving Average Convergence Divergence (MACD)
[5] Relative Strength Index (RSI)
[6] lag



شکل (۲): معماری استاندارد شبکهٔ نارکس

Figure (2) Standard architecture of the NARX network

همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، شبیه‌سازی با استفاده از تابع(های) مستقل *x(t)* و تابع هدف *y(t)*، همراه با یک تأخیر زمانی دو واحدی و ایجاد ۱۰ لایهٔ مخفی آغاز می‌شود. در مرحلهٔ اولیه، مقادیر اولیهٔ وزن‌ها *w* که براساس تابع تعریف‌شدهٔ مسئله محاسبه شده‌اند، به همراه مجموعه‌ای از وزن‌های تصادفی *b* به لایه‌های مربوطه تخصیص می‌یابد. سپس، با بهینه‌سازی مدل براساس بهترین انطباق آن با داده‌های ورودی، وزن‌ها اصلاح و تنظیم می‌شود؛ درنهایت، وزن‌های بهینه‌شده به لایهٔ خروجی منتقل شده و با ترکیب آن‌ها در مدل، مقدار *y(t+1)* پیش‌بینی می‌شود. شایان ذکر است که تعداد لایه‌های خروجی در این شبکه ثابت است و امکان تغییر آن توسط کاربر وجود ندارد (Aljojo et al., 2021). روش تنظیم پارامترهای اصلی مدل شامل مجموعه‌های ورودی، تعداد نورون‌ها و الگوریتم‌های آموزش در ادامه توضیح داده شده است. در گام نخست از این مرحله، ترکیب‌های مختلفی از هر دو نوع داده‌های اولیه و پردازش‌شده، به‌عنوان کاندیدای مجموعهٔ ورودی به مدل پژوهش تشکیل شده است. روشن است در این مرحله هیچ دانش پیشینی دربارهٔ این وجود نداشته است که کدام ترکیب عملکرد بهتری خواهد داشت (Dhafer et al., 2022)؛ به‌این‌ترتیب مجموعه‌های داده با منابع برونزا و درونزا و ترکیبات مختلف آن‌ها به‌عنوان ورودی‌های مدل پیشنهادی مطابق جدول ۱ تعریف شده است.

جدول (۱): مجموعه‌های ورودی به مدل پژوهش

Table (1) Input sets of the research model

نام مجموعه ورودی مدل	زیرمجموعه‌های مشمول
ورودی ۱	{قیمت سقف، قیمت کف، قیمت باز}
ورودی ۲	{قیمت سقف، قیمت کف، قیمت باز}
ورودی ۳	{قیمت باز، قیمت سقف، قیمت کف، حجم، میانگین متحرک ساده ۱۰ دوره، میانگین متحرک نمایی ۱۰ دوره، میانگین متحرک ساده ۵۰ دوره، میانگین متحرک نمایی ۵۰ دوره}
ورودی ۴	{قیمت باز، قیمت سقف، قیمت کف، حجم، قدرت نسبی}
ورودی ۵	{قیمت باز، قیمت سقف، قیمت کف، حجم، همگرایی-واگرایی میانگین متحرک}
ورودی ۶	{قیمت باز، قیمت سقف، قیمت کف، حجم، میانگین متحرک ساده ۱۰ دوره، میانگین متحرک نمایی ۱۰ دوره، میانگین متحرک ساده ۵۰ دوره، میانگین متحرک نمایی ۵۰ دوره، قدرت نسبی، همگرایی-واگرایی میانگین متحرک}

مطابق با رویکرد پیش‌فرض در بیشتر مدل‌های نارکس به‌کاررفته توسط پژوهشگران این حوزه، کل داده‌ها به‌صورت تصادفی به سه زیرمجموعه تقسیم شده است: اولین مجموعه با اندازهٔ ۷۰درصد از داده‌ها برای آموزش[1] مدل‌های عصبی،

[1] training

۱۵درصد از داده‌ها برای اعتبارسنجی[1] که به کنترل فرایند آموزش با توقف زودهنگام برای جلوگیری از بروز مشکلات بیش‌برازش اشاره دارد و ۱۵درصد باقی‌مانده برای آزمایش[2] عملکرد مدل آموزش‌دیده با محاسبهٔ شاخص عملکرد در نمونه‌های جدید و دیده‌نشده درنظر گرفته شده است. در این مطالعه تعداد کل داده‌ها برابر با ۳۵۸۸ داده است که به ترتیب ۲۵۱۲ داده به قسمت اول و ۵۳۸ داده به دو قسمت دیگر اختصاص داده شده است. در گام دوم از این مرحله، پس از مشخص‌شدن مجموعه‌های ورودی، به‌منظور تعیین تعداد نورون‌ها از رابطهٔ پیشنهادی دفر و همکاران (Dhafer et al., 2022) استفاده شده است:

$$Number\ of\ neurons = 2 \times Number\ of\ inputs + 1 \qquad \text{رابطه ۴}$$

در گام پایانی این مرحله نیز سه الگوریتم آموزشی مناسب برای دو مجموعه‌داده‌های آموزش و آزمایش تعیین شده که در ادامه به تشریح آن‌ها و بیان دلیل انتخاب آن‌ها پرداخته شده است. به‌طورکلی، الگوریتم‌های گوناگونی برای آموزش شبکه‌های عصبی مصنوعی موجود است که هریک مزایای خاص خود را دارند. الگوریتم‌های لونبرگ-مارکوارت، تنظیم بیزی[3] و گرادیان مزدوج مقیاس‌شده ازجمله الگوریتم‌هایی هستند که در پژوهش‌های پیشین (Dhafer et al., 2022; Louzazni et al., 2021; Ledhem, 2022; Ashrafijoo et al., 2023) به‌طور موفقیت‌آمیزی برای پیش‌بینی داده‌های بازار سهام به کار رفته‌اند؛ ازاین‌رو، در پژوهش حاضر نیز عملکرد این سه الگوریتم برای آموزش شبکهٔ عصبی نارکس بررسی شده و در ادامه جزئیات بیشتری دربارهٔ آن‌ها مطرح شده است. الگوریتم لونبرگ-مارکوارت یک تکنیک بهینه‌سازی پرکاربرد برای آموزش شبکه‌های عصبی است که با ترکیب مزایای روش‌های گرادیان نزولی و گاوس-نیوتن، قابلیت بالایی در مسائل غیرخطی دارد (Sonkavde et al., 2023). این الگوریتم به دلیل سرعت بالای همگرایی و کارایی در کاهش توابع خطا، در پیش‌بینی قیمت سهام به‌طور گسترده‌ای استفاده شده است و در مقایسه با گرادیان مزدوج مقیاس‌شده و تنظیم بیزی، دقت بهتری در بهبود پیش‌بینی روزانهٔ شاخص‌های مالی ارائه داده است (Louzazni et al. 2021; Ledhem, 2022). الگوریتم لونبرگ_مارکوارت وزن‌های شبکهٔ عصبی را به‌صورت تکراری به‌روزرسانی می‌کند تا اختلاف بین خروجی‌های پیش‌بینی‌شده و واقعی را به حداقل برساند. این روش از گرادیان سطح خطا و ماتریس هسین[4] برای بهره‌گیری از اطلاعات مرتبهٔ دوم استفاده می‌کند. قاعدهٔ به‌روزرسانی در این الگوریتم به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$w_{new} = w_{old} - (J^T J + \mu I)^{-1} J^T e \qquad \text{رابطه ۵}$$

که در آن w وزن‌های شبکهٔ عصبی، J ماتریس ژاکوبی[5] خروجی‌های شبکه نسبت‌به وزن‌ها، e بردار خطا، μ ضریب میرایی و I ماتریس همانی را نشان می‌دهد (Louzazni et al., 2021). الگوریتم گرادیان مزدوج مقیاس‌شده یک روش بهینه‌سازی مرتبهٔ دوم است که مزایای گرادیان نزولی و روش گرادیان مزدوج را ترکیب می‌کند و در مقایسه با روش‌های سنتی مانند پس‌انتشار خطا باعث همگرایی سریع‌تر و کاهش هزینه‌های محاسباتی می‌شود (Ledhem, 2022). این الگوریتم باوجود مصرف کمتر حافظه و مناسب‌بودن برای مجموعه‌داده‌های بزرگ، معمولاً سرعت همگرایی پایین‌تری در مقایسه با لونبرگ_مارکوارت دارد. مطالعات تطبیقی نشان داده‌اند که این الگوریتم اگرچه عملکرد قابل‌قبولی در پیش‌بینی مالی دارد، ازلحاظ دقت معمولاً لونبرگ-مارکوارت بر آن اولویت دارد (Çolak, 2022). در این الگوریتم، وزن‌ها طبق فرمول زیر به‌روزرسانی می‌شوند:

---

[1] validation
[2] Testing
[3] Bayesian Regularization
[4] Hessian matrix
[5] Jacobin matrix

$w_{new} = w_{old} - \alpha \cdot g$ *رابطه ۶*

که در آن، w وزن‌ها را نشان می‌دهد، α نرخ یادگیری و g گرادیان تابع خطا است. گرادیان به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$g = \frac{\partial E}{\partial w}$ *رابطه ۷*

در این رابطه E بیانگر تابع خطاست. از مزایای این الگوریتم سرعت بالای همگرایی و کاهش مصرف حافظه است که آن را برای حل مسائل پیچیده و مدل‌های با ابعاد بالا مناسب می‌سازد (Ledhem, 2022)؛ بااین‌حال، این روش ممکن است در کمینه‌های محلی گیر بیفتد و پیاده‌سازی آن در مقایسه با روش‌های ساده‌تر پیچیده‌تر باشد (Amelot et al., 2021). الگوریتم تنظیم بیزی تکنیک دیگری برای بهینه‌سازی شبکهٔ عصبی است که با افزودن یک جمله جریمه به تابع هزینه، از بیش‌برازش جلوگیری می‌کند و قابلیت تعمیم مدل را بهبود می‌بخشد. تابع هزینه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$L(w) = \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{M} {w_j}^2$ *رابطه ۸*

که در آن y_i خروجی واقعی، $\hat{y}_i$ خروجی پیش‌بینی‌شده، w_j وزن‌های مدل، λ پارامتر تنظیم و N و M به‌ترتیب تعداد داده‌ها و وزن‌ها هستند (Chen & Pan, 2023). این روش مزایایی همچون کاهش بیش‌برازش و بهبود دقت پیش‌بینی، افزایش عملکرد در شرایط دارای نویز و انعطاف‌پذیری در سازگاری با مجموعه‌داده‌های مختلف دارد (Dhafer et al., 2022)؛ بااین‌حال، تنظیم بیزی دارای محدودیت‌هایی ازجمله افزایش زمان آموزش به دلیل پیچیدگی محاسباتی، نیاز به تنظیم دقیق پارامتر و کاهش تفسیرپذیری مدل است (Chen & Pan, 2023).

در مرحلهٔ ۴ پس از برنامه‌نویسی الگوریتم شبکهٔ عصبی نارکس در محیط نرم‌افزار متلب به آزمون پارامترهای مدل پرداخته شده است که طیف اولیهٔ آن‌ها در مرحلهٔ قبل مشخص شد. به‌منظور تعیین پارامترهای بهینهٔ مدل و دستیابی به بالاترین دقت در پیش‌بینی، مشابه با رویکرد بیشتر پژوهشگران ازجمله گولمز (Gülmez, 2023)، پاتانایاک و همکاران (Pattanayak et al., 2024)، تو و همکاران (Tu et al., 2024) و آلکالده و همکاران (Alcalde et al., 2024)، روش میانگین مربع خطا به کار می‌رود. این معیار طبق رابطهٔ زیر تعیین و در محیط نرم‌افزار اکسل محاسبه شده است.

$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N}(y(t) - \hat{y}(t))^2$ *رابطه ۹*

که در اینجا N بیانگر تعداد پیش‌بینی‌ها، $y(t)$ مقدار واقعی و $\hat{y}(t)$ مقدار پیش‌بینی است؛ علاوه‌براین، باتوجه‌به هدف پیش‌بینی شاخص در روز بعد، درصد خطای مطلق پیش‌بینی[1] طبق رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$APE = \frac{|y(t) - \hat{y}(t)|}{y(t)} \times 100$ *رابطه ۱۰*

که در این رابطه نیز $y(t)$ مقدار واقعی و $\hat{y}(t)$ مقدار پیش‌بینی را نشان می‌دهد. در گام دوم از مرحلهٔ آخر، به‌منظور ارائهٔ بینش کافی از دقت و عملکرد نسبی مدل نارکس پیشنهادی، الگوریتم‌های نار و نایو نیز با نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی و اجراشده است. همان‌طور که در بخش ۲ مطرح شد، مدل نارکس با بهره‌مندی از هر دو منبع دادهٔ درونزا و برونزا برای پیش‌بینی سری زمانی، ترکیبی از هر دو مدل محسوب می‌شود و طبق یافته‌های پژوهشگران این حوزه عملکرد بهتری در پیش‌بینی سری‌های زمانی پویای غیرخطی از خود نشان می‌دهد. به دنبال آزمون این یافته، مشابه با رویکرد بسیاری از پژوهشگران ازجمله لوزازنی و همکاران (Louzazni et al., 2021)، لدهم و همکاران (Ledhem, 2022)، آلکالده و همکاران

[1] Absolute Percentage Error

(Alcalde et al., 2024) و نیز رشید و اسماعیل (Rashid & Ismail, 2024)، در پژوهش حاضر این دو مدل دیگر شبکهٔ عصبی پویا نیز علاوه‌بر مدل نارکس در پیش‌بینی شاخص کل به کار رفته است. در گام سوم به دلیل قابلیت مدل نار در پیش‌بینی روزهایی فراتر از روز بعد، از این مدل به‌منظور توسعهٔ بازهٔ پیش‌بینی شاخص کل بورس استفاده شده است. مدل نار به دلیل وابستگی صرف به دادهٔ هدف $y(t)$ قادر است پس از پیش‌بینی $y(t+1)$، این مقدار را به مجموعه‌داده‌های ورودی اضافه کرده و مقدار $y(t+2)$ را محاسبه کند. این فرایند می‌تولند تا $y(t+n)$ ادامه یلبد و به کاربر امکان پیش‌بینی چندین گام آینده را بدهد. درمقابل، در مدل‌های **نارکس و نایو** علاوه‌بر دادهٔ هدف، مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل $x(t)$ نیز به‌عنوان ورودی لازم است. در این روش‌ها، تنها مقدار $y(t+1)$ پیش‌بینی‌پذیر است؛ زیرا برای پیش‌بینی $y(t+2)$ به مقدار $x(t+1)$ نیاز است که در دسترس نیست؛ ازاین‌رو، پیش‌بینی مقادیر فراتر از $y(t+1)$ بدون اطلاعات جدید از متغیرهای مستقل امکان‌پذیر نیست؛ به‌این‌ترتیب هرچند برتری عملکرد نارکس در مقایسه با نار در پیش‌بینی روز آتی در بین ادبیات مطرح است، این یافتهٔ بیانگر نمی‌تواند مانعی برای برخورداری از قابلیت الگوریتم نار در پیش‌بینی روزهای بیشتر باشد. در گام چهارم، حساسیت مدل نارکس با تغییر پارامتر تعداد نورون تحلیل شده است. درواقع، تحلیل حساسیت با هدف شناسایی معماری بهینهٔ شبکهٔ عصبی و بهبود عملکرد مدل، بخش جدایی‌ناپذیری از فرایند مدل‌سازی نارکس است که در همان گام نخست از این مرحلهٔ پایانی اجرا شده است؛ بااین‌حال، ازآنجاکه پارامتر تعداد نورون‌ها تأثیر مستقیمی بر دقت پیش‌بینی، قابلیت تعمیم و پایداری مدل دارد (Mohammad & Al-Shohani, 2024)، در این مرحله حساسیت‌پذیری مدل نسبت‌به این پارامتر با جزئیات بیشتری تشریح شده است. در گام آخر از فرایند پژوهش، نتایج مدل نارکس در پیش‌بینی روز بعد و مدل نار در پیش‌بینی روزهای بعدی با مدل سنتی آریما مقایسه شده است تا درک ملموس‌تری از قابلیت‌های نسبی مدل‌های به‌کاررفته در پژوهش ایجاد شود.

یافته‌ها

در این بخش نتایج ساخت و اجرای مدل (مرحلهٔ چهارم از فرایند پژوهش)، ارائه می‌شود. مطابق گام ۴-۱، به‌منظور تعیین تنظیمات بهینهٔ مدل نارکس به‌عنوان هدف اول پژوهش، با مشخص‌شدن مجموعه‌های ورودی به مدل، تعداد نورون‌های بهینه طبق رابطهٔ ۴ تعیین شد. نتایج این اجرا حاکی‌ازآن است که به‌ازای مجموعه ورودی اول تا ششم، تعداد نورون‌های بهینه به ترتیب ۷، ۹، ۱۷، ۱۱، ۱۱ و ۲۱ نورون است. در این گام به‌منظور تعیین مجموعه ورودی بهینه به مدل نارکس، مقادیر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی به همراه درصد خطای ساده پیش‌بینی روز بعد باتوجه‌به مقدار واقعی عدد شاخص، مطابق روابط ۹ و ۱۰ محاسبه شد که در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول (۲): مقایسهٔ عملکرد الگوریتم به‌ازای مجموعه‌های ورودی مختلف

Table (2) Comparison of algorithm performance for different input sets

مجموعه ورودی	میانگین مربعات خطا	رتبه	مقدار واقعی	مقدار پیش‌بینی	درصد خطا
ورودی ۱	۵۶۸۲۷۰۰۰	۵	۱۴۰۸۲۰۰	۱۴۱۲۵۰۰	۰/۳۰۷
ورودی ۲	۵۴۷۴۴۰۰۰	۴	۱۴۰۸۲۰۰	۱۴۱۲۷۰۰	۰/۳۲۱
ورودی ۳	۴۸۵۹۴۰۰۰	۱	۱۴۰۸۲۰۰	۱۴۱۴۸۰۰	۰/۴۷۱
ورودی ۴	۵۰۵۲۴۰۰۰	۳	۱۴۰۸۲۰۰	۱۴۱۶۶۰۰	۰/۵۹۸
ورودی ۵	۶۷۳۵۹۰۰۰	۶	۱۴۰۸۲۰۰	۱۴۰۸۹۰۰	۰/۰۵۲
ورودی ۶	۵۰۲۲۰۰۰۰	۲	۱۴۰۸۲۰۰	۱۴۱۵۴۰۰	۰/۵۱۳

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، الگوریتم نارکس برحسب مقادیر میانگین مربعات خطای حاصل از اجرای مدل به‌ازای مجموعه ورودی شمارۀ ۳ شامل داده‌های قیمت باز، سقف، کف، حجم معامله، میانگین متحرک ساده و میانگین متحرک نمایی بهترین عملکرد را با میزان خطای ۴۸.۵۹۴.۰۰۰ داشته است. پس‌ازآن، مجموعه ورودی شمارۀ ۶ شامل تمام شاخص‌ها و متغیرهای مدنظر یعنی داده‌های قیمت باز، سقف، کف، حجم معامله، میانگین متحرک ساده، میانگین متحرک نمایی، شاخص قدرت نسبی و میانگین متحرک همگرایی و واگرایی با میزان خطای ۵۰.۲۲۰.۰۰۰ از عملکرد بهتری در مقایسه با چهار مجموعه ورودی دیگر برخوردار بوده است. البته بنابر صلاحدید استفاده‌کنندگان از نتیجۀ پژوهش و مشابه با پژوهش پاتایاک و همکاران (Pattanayak et al., 2024)، معیار درصد خطای پیش‌بینی روز بعد نیز می‌تواند مبنای ارزیابی عملکرد قرار گیرد که در این صورت الگوریتم نارکس بهبودیافته با اطلاعات مجموعه ورودی پنجم شامل داده‌های قیمتی باز، سقف، کف، حجم معامله و میانگین متحرک همگرایی و واگرایی با میزان خطای ۰/۰۰۰۵۲ به‌خوبی شاخص روز بعد را پیش‌بینی کرده است؛ بااین‌حال، به دلیل ثبات رفتار بالاتر خطای مجذورات خطا در تکرار اجرای مدل نسبت‌به خطای پیش‌بینی روز بعد، در میان ادبیات این پژوهش بر معیار میانگین مجذورات خطا تأکید بیشتری شده است. به‌منظور انتخاب الگوریتم بهینه برای آموزش مدل‌های شبکۀ عصبی، میزان خطای متوسط تعیین و نتیجه در جدول ۳ گزارش شده است.

جدول (۳): مقایسۀ عملکرد الگوریتم‌های آموزش به شبکۀ عصبی نارکس

Table (3) Comparison of the performance of training algorithms for the NARX neural network

ورودی ۶	ورودی ۵	ورودی ۴	ورودی ۳	ورودی ۲	ورودی ۱	روش
۵۳۶۰۰۰۰۰	۶۷۳۵۹۰۰۰	۴۸۵۹۴۰۰۰	۵۴۶۰۰۰۰۰	۵۲۸۵۷۰۰۰	۵۶۸۲۷۰۰۰	لونبرگ مارکوارت
۹۷۳۰۰۰۰۰	۱۰۹۴۰۰۰۰۰	۹۰۸۰۰۰۰۰	۹۲۷۰۰۰۰۰	۸۸۴۰۰۰۰۰	۸۱۵۰۰۰۰۰	تنظیم بیزی
۴۸۸۱۰۰۰۰۰	۱۲۴۸۶۰۰۰۰	۷۳۵۸۰۰۰۰۰	۵۱۷۸۰۰۰۰۰	۱۵۶۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۶۶۰۰۰۰۰۰	گرادیان مزدوج مقیاس‌شده

همان‌طور که در جدول ۳ نشان داده شده است، به‌ازای ورودی‌های مختلف الگوریتم لونبرگ–مارکوارت در مقایسه با دو الگوریتم دیگر، مقادیر خطای پیش‌بینی کمتری از خود نشان داده و درنتیجه از عملکرد بهتری در پیش‌بینی برخوردار بوده است.

مطابق با گام ۴–۲، به‌منظور مقایسۀ عملکرد الگوریتم نارکس پیشنهادی با دو الگوریتم دیگر نار و نایو که به ترتیب طبق روابط ۳ و ۵ مدل‌سازی شده‌اند، چهار بازۀ زمانی مختلف شامل داده‌های ۱۵ سال، ۱۰ سال، ۵ سال و ۳ سال اخیر از شاخص بورس تهران در نظر گرفته شد. مقادیر میانگین مربعات خطای پیش‌بینی به‌ازای هریک از این بازه‌ها محاسبه شد که در جدول ۴ گزارش شده است. لازم به ذکر است باتوجه‌به عدم امکان لحاظ متغیرهای برون‌زا در مدل نار، بهترین عملکرد مربوط به هریک از دو الگوریتم نارکس و نایو در نظر گرفته شده است.

جدول (۴): مقایسۀ عملکرد الگوریتم نارکس با الگوریتم‌های نار و نایو (میانگین مربعات خطا)

Table (4) Comparison of the performance of the NARX with the NAR and NIO algorithms (MSE)

الگوریتم نار	مجموعه ورودی نایو	الگوریتم نایو	مجموعه ورودی نارکس	الگوریتم نارکس	حجم داده‌های استفاده‌شده
۷۵۱۳۹۰۰۰	ورودی ۳	۵۳۷۸۲۰۰۰	ورودی ۳	۴۸۵۹۴۰۰۰	۱۵ سال اخیر
۱۰۲۷۴۰۰۰۰	ورودی ۳	۶۸۵۳۶۰۰۰	ورودی ۶	۶۵۶۳۶۰۰۰	۱۰ سال اخیر
۲۱۴۲۳۰۰۰۰	ورودی ۳	۱۵۵۷۷۰۰۰۰	ورودی ۳	۱۴۴۶۳۰۰۰۰	۵ سال اخیر
۳۵۹۶۰۰۰۰۰	ورودی ۳	۲۳۲۱۰۰۰۰۰	ورودی ۶	۲۱۹۴۸۰۰۰۰	۳ سال اخیر

همان‌طور که نتیجهٔ این تحلیل نشان می‌دهد، عملکرد الگوریتم نارکس در حالت بهبودیافته با بهترین مجموعه‌های ورودی یعنی مجموعه‌های ورودی شماره‌های ۳ و ۶، در مقایسه با دو الگوریتم دیگر از خطای پیش‌بینی کمتری برخوردار است. تأثیر در نظر گرفتن حجم بیشتر داده بر بهبود عملکرد هر سه مدل شبکهٔ عصبی نیز قابل‌درک است. به‌عنوان یک یافتهٔ جانبی، بار دیگر به‌ازای در نظر گرفتن چهار حجم متفاوت از داده‌های بررسی‌شده دربارهٔ الگوریتم نایو نیز ورودی شمارهٔ ۳ بهترین عملکرد را داشته و انتخاب آن به‌عنوان بهترین ابزار بهبود مدل شبکه‌های عصبی نارکس و نایو، مجدد تأیید شده است.

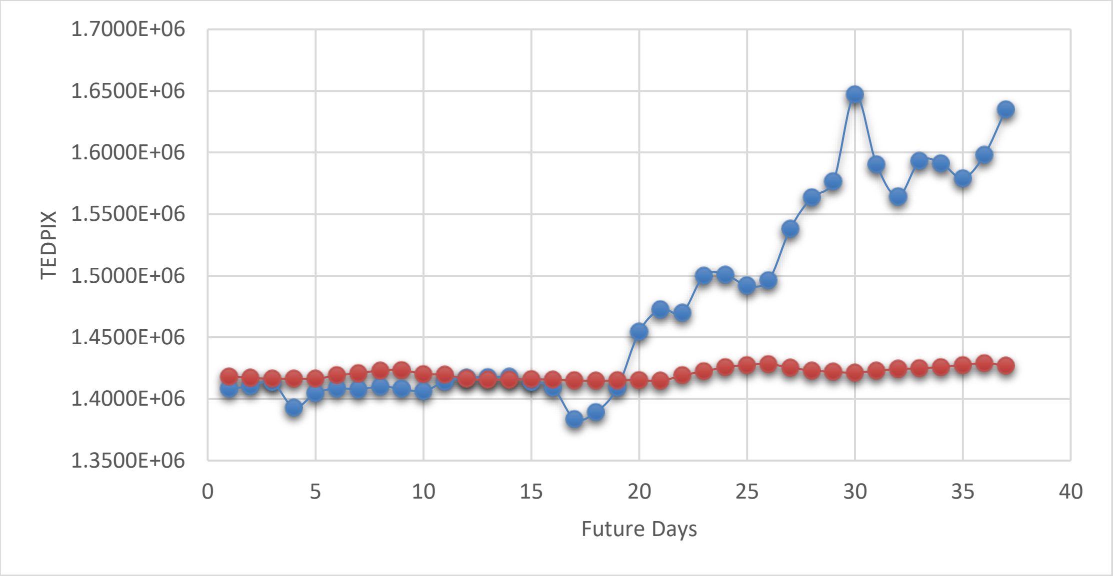
مطابق گام ۴-۳ علاوه‌بر یافته‌های فوق که بینش مناسبی از کاربرد موفق شبکهٔ عصبی نارکس به‌منظور پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران نشان می‌دهد، با رویکردی نوآورانه به پیش‌بینی شاخص بورس در روزهایی فراتر از روز بعد نیز پرداخته شد. ازآنجاکه برتری عملکرد نارکس در مقایسه با دو الگوریتم دیگر بیانگر عملکرد ضعیف آن دو و بلااستفاده بودن آن‌ها در کمک به فعالان بازار نیست؛ به‌منظور پیش‌بینی قیمت در روزهای آتی از مزیت الگوریتم نار استفاده شد. نتایج این تحلیل شامل مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده به همراه درصد خطا در جدول ۵ گزارش شده است.

جدول (۵): پیش‌بینی شاخص بورس در روزهای آتی با مدل شبکهٔ عصبی نار

Table (5) Stock index prediction for upcoming days using the NAR neural network model

روزهای آتی	مقدار واقعی شاخص	مقدار پیش‌بینی	درصد خطای پیش‌بینی	روزهای آتی	مقدار واقعی شاخص	مقدار پیش‌بینی	درصد خطای پیش‌بینی
۱	۱,۴۰۸,۲۰۰	۱,۴۱۸,۰۰۰	۰/۷۰	۲۰	۱,۴۵۴,۵۰۰	۱,۴۱۵,۳۰۰	۲/۶۹
۲	۱,۴۱۰,۴۰۰	۱,۴۱۷,۲۰۰	۰/۴۸	۲۱	۱,۴۷۲,۸۰۰	۱,۴۱۴,۷۰۰	۳/۹۵
۳	۱,۴۱۳,۶۰۰	۱,۴۱۶,۲۰۰	۰/۱۹	۲۲	۱,۴۶۹,۹۰۰	۱,۴۱۹,۱۰۰	۳/۴۶
۴	۱,۳۹۳,۱۰۰	۱,۴۱۶,۶۰۰	۱/۶۹	۲۳	۱,۵۰۰,۲۰۰	۱,۴۲۲,۵۰۰	۵/۱۸
۵	۱,۴۰۴,۶۰۰	۱,۴۱۶,۳۰۰	۰/۸۳	۲۴	۱,۵۰۰,۹۰۰	۱,۴۲۵,۷۰۰	۵/۰۱
۶	۱,۴۰۸,۶۰۰	۱,۴۱۹,۲۰۰	۰/۷۵	۲۵	۱,۴۹۲,۱۰۰	۱,۴۲۷,۵۰۰	۴/۳۳
۷	۱,۴۰۷,۷۰۰	۱,۴۲۰,۸۰۰	۰/۹۴	۲۶	۱,۴۹۶,۲۰۰	۱,۴۲۸,۴۰۰	۴/۵۳
۸	۱,۴۱۰,۲۰۰	۱,۴۲۳,۲۰۰	۰/۹۲	۲۷	۱,۵۳۸,۰۰۰	۱,۴۲۵,۳۰۰	۷/۳۳
۹	۱,۴۰۸,۲۰۰	۱,۴۲۳,۴۰۰	۱/۰۸	۲۸	۱,۵۶۳,۶۰۰	۱,۴۲۳,۱۰۰	۸/۹۹
۱۰	۱,۴۰۶,۲۰۰	۱,۴۲۰,۳۰۰	۱/۰۰	۲۹	۱,۵۷۶,۴۰۰	۱,۴۲۲,۰۰۰	۹/۷۹
۱۱	۱,۴۱۴,۲۰۰	۱,۴۱۹,۶۰۰	۰/۳۸	۳۰	۱,۶۴۷,۳۰۰	۱,۴۲۱,۲۰۰	۱۳/۷۲
۱۲	۱,۴۱۷,۴۰۰	۱,۴۱۶,۳۰۰	۰/۰۸	۳۱	۱,۵۹۰,۵۰۰	۱,۴۲۲,۹۰۰	۱۰/۵۴
۱۳	۱,۴۱۷,۷۰۰	۱,۴۱۵,۵۰۰	۰/۱۶	۳۲	۱,۵۶۴,۴۰۰	۱,۴۲۴,۴۰۰	۸/۹۵
۱۴	۱,۴۱۷,۸۰۰	۱,۴۱۵,۷۰۰	۰/۱۵	۳۳	۱,۵۹۳,۳۰۰	۱,۴۲۴,۸۰۰	۱۰/۵۸
۱۵	۱,۴۱۳,۶۰۰	۱,۴۱۶,۱۰۰	۰/۱۸	۳۴	۱,۵۹۱,۴۰۰	۱,۴۲۶,۰۰۰	۱۰/۳۹
۱۶	۱,۴۰۹,۴۰۰	۱,۴۱۵,۵۰۰	۰/۴۳	۳۵	۱,۵۷۹,۱۰۰	۱,۴۲۷,۴۰۰	۹/۶۱
۱۷	۱,۳۸۳,۷۰۰	۱,۴۱۵,۰۰۰	۲/۲۶	۳۶	۱,۵۹۸,۱۰۰	۱,۴۲۹,۱۰۰	۱۰/۵۷
۱۸	۱,۳۸۹,۴۰۰	۱,۴۱۴,۷۰۰	۱/۸۲	۳۷	۱,۶۳۵,۲۰۰	۱,۴۲۷,۰۰۰	۱۲/۷۳
۱۹	۱,۴۰۹,۴۰۰	۱,۴۱۴,۹۰۰	۰/۴۰	۳۸			

طبق این تحلیل، مدل نار بعد از روز ۳۷ام دچار واگرایی / بیش‌برازش شدید شد؛ بنابراین، از ادامهٔ پیش‌بینی و گزارش آن صرف‌نظر شد. به‌منظور درک بهتر توان پیش‌بینی این الگوریتم در روزهای آتی، نمودار مربوط به داده‌های جدول ۵ در شکل ۳ ترسیم شده است.

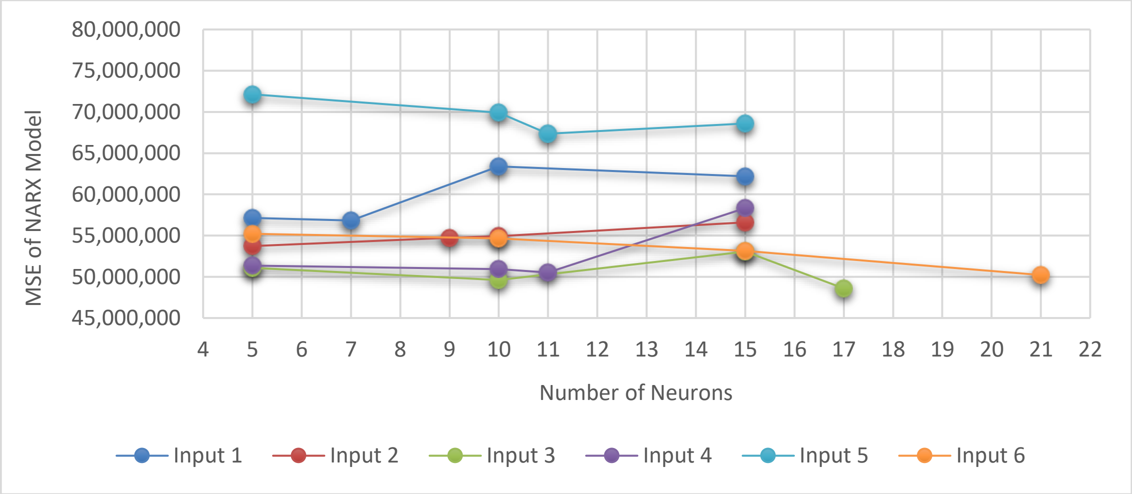


شکل (۳): مقایسهٔ مقادیر پیش‌بینی شاخص در روزهای آتی (آبی‌رنگ) با داده‌های واقعی (نارنجی رنگ)

Figure (3) Comparison of predicted index values for upcoming days (blue) with real data (orange)

همان‌طور که از شکل ۳ استنباط می شود، مدل شبکهٔ عصبی نار عملکرد موفقی در پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران تا ۳۷ روز پس از آخرین دادهٔ ورودی به شبیه‌سازی نشان می‌دهد. از روز ۲۱ام، انحراف مدل از واقعیت روبه‌افزایش بوده است؛ بااین‌حال قبل از آن به‌ویژه در دو بازهٔ زمانی شامل روزهای اول تا ششم و نیز روزهای یازدهم تا شانزدهم پیش‌بینی با دقت بالای ۹۹درصد از عملکرد بسیار خوبی برخوردار بوده است، به‌نحوی‌که در روز دوازدهم میزان خطا تنها ۰/۰۰۰۸ بوده است؛ به‌این‌ترتیب علاوه‌بر عملکرد برتر نارکس در پیش‌بینی شاخص روز بعد، می‌توان از مزیت الگوریتم نار در پیش‌بینی روزهای بعد شاخص کل بورس تهران بهره برد.

مطابق با گام ۴-۴، به‌منظور تحلیل حساسیت مدل با تغییر تعداد نورون‌ها، علاوه‌بر سه عدد ۵، ۱۰ و ۱۵ نورون که تعداد ۱۰ نورون به‌عنوان پیش‌فرض شبکهٔ عصبی نارکس درنظر گرفته می‌شود، مطابق رابطهٔ ۴ تعداد نورون‌ها به‌ازای هریک از مجموعه‌های ورودی محاسبه شد.

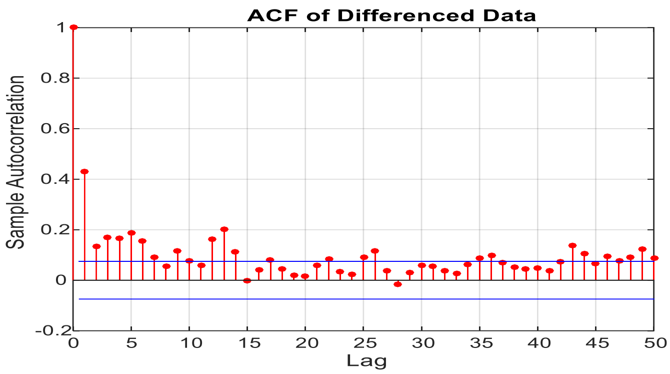


شکل (۴): تحلیل میزان حساسیت مدل نارکس به تعداد نورون‌ها

Figure (4) Sensitivity analysis of the NARX model to the number of neurons

همان‌طور که شکل ۴ نشان می‌دهد، دقت مدل پژوهش تغییرات کنترل‌شده‌ای با تغییر تعداد نورون‌ها پیدا می‌کند که این امر استواری مدل را تأیید می‌کند؛ علاوه‌براین، میزان دقت مدل زمانی بالاترین میزان است که تعداد نورون‌ها طبق رابطهٔ پیشنهادی دفر و همکاران (Dhafer et al., 2022)، به‌ازای هریک از شش مجموعه ورودی به ترتیب روی اعداد ترتیب ۷، ۹، ۱۷، ۱۱، ۱۱ و ۲۱ تنظیم شود.

در گام پایانی (۴-۵) به‌منظور ایجاد درک بهتر از برتری مدل‌های شبکهٔ عصبی اتخاذشده، عملکرد این مدل‌ها با مدل آریما مقایسه شد. مدل آریما یک مدل خطی-تصادفی و یکی از روش‌های سنتی پیش‌بینی سری‌های زمانی در اقتصادسنجی است. این مدل برای سری‌های زمانی غیرمانا به کار می‌رود و ازطریق تفاضل‌گیری با مرتبهٔ صحیح، آن‌ها را به حالت مانا تبدیل می‌کند. در مدل‌سازی آریما با استفاده از شبیه‌ساز سه پارامتر p، d و q تعریف و به مدل[1] وارد می‌شود. به‌منظور مطالعهٔ جزئیات مربوط به این روش به پژوهش‌های یاکوبو و ساپوترا (Yakubu & Saputra, 2022) و تو و همکاران (Tu et al., 2024) مراجعه شود. در بررسی انجام‌شده مقدار پارامتر d برای داده‌های اصلی برابر با یک قرار داده شد؛ زیرا داده‌های اصلی حالت ایستایی را نداشتند و پس از یک مرتبه مشتق‌گیری، داده‌های مشتق گرفته‌شده شرایط ایستایی را ظاهر کردند. پس از ایستاسازی داده‌ها به‌منظور محاسبهٔ پارامتر p و q، رویکرد رسم نمودارهای تابع خودهمبستگی[2] و تابع خودهمبستگی جزئی[3] (Suleiman et al., 2023) اتخاذ شده است. با بررسی تابع خودهمبستگی مطابق شکل ۵، مشاهده شد که پس از تأخیر شمارهٔ ۱ کاهش در نمودار اتفاق افتاده، اما باعث کم‌شدن مقدار تأخیر تا محدودهٔ خطوط اطمینان نشده و پس از تأخیر شمارهٔ ۵ به یک‌باره به سمت محدوده خطوط اطمینان حرکت می‌کند. پس از آن دوباره در تأخیر شمارهٔ ۱۳ به مقدار درخورتوجهی رسیده و پس از آن در مقادیر محدوده خطوط اطمینان نوسان می‌کند؛ بنابراین، مقادیر q برابر با ۱، ۵ و ۱۳ قابل‌بررسی است.



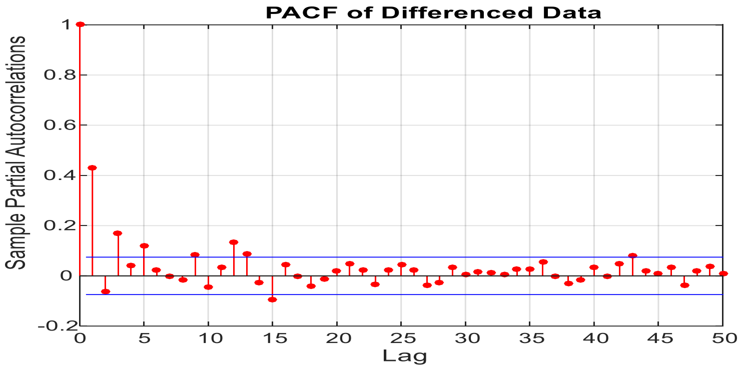
شکل (۵): نمودار خودهمبستگی داده‌های تفاضلی

Figure (5) Autocorrelation Function (ACF) plot of differenced data

بررسی تابع خودهمبستگی جزئی مطابق شکل ۶ نیز نشان داد که بعد از پس از تأخیر شمارهٔ ۱، مقدار تابع از ۰/۴۳ به ۰/۰۸- افت ناگهانی داشته و یک حالت شکست در این نمودار مشاهده می‌شود.

---

[1] ARIMA(p,d,q)
[2] Autocorrelation Function (ACF)
[3] Partial Autocorrelation Function (PACF)



شکل (۶): نمودار خودهمبستگی جزئی داده‌های تفاضلی

Figure (6) Partial Autocorrelation Function (PACF) plot of differenced data

ازآنجاکه مقادیر تأخیر هم در بین خطوط اطمینان (دو خط موازی آبی‌رنگ) یا نزدیک به آن نوسان می‌کند، مقدار p برابر با عدد یک قرار داده شد. به‌این‌ترتیب، تابع آریما در این مطالعه با ورودی‌های (۱،۱،۱) و (۱،۱،۵) و (۱،۱،۱۳) برای داده‌های ۳، ۵، ۱۰ و ۱۵ سال اخیر از شاخص کل بورس تهران شبیه‌سازی و اجرا شد. به‌منظور مقایسهٔ عملکرد شبکهٔ نارکس با مدل آریما از معیار درصد خطای مطلق و سنجش دقت این دو مدل در پیش‌بینی شاخص روز بعد استفاده شد که نتیجه در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول (۶): مقایسهٔ نتایج مدل آریما با مدل نارکس

Table (6) Comparison results of the ARIMA model with the NARX model

بازه زمانی	مقدار پیش‌بینی‌شده با مدل نارکس	مقدار پیش‌بینی‌شده با مدل آریما	درصد خطای مدل نارکس	درصد خطای مدل آریما
۱۵ سال	۱,۴۱۲,۷۰۰	۱,۴۱۵,۸۹۱	۰/۳۲	۰/۵۵
۱۰ سال	۱,۴۱۴,۲۰۰	۱,۴۱۶,۰۴۱	۰/۴۳	۰/۵۶
۵ سال	۱,۴۱۴,۱۰۰	۱,۴۱۶,۴۹۷	۰/۴۲	۰/۵۹
۳ سال	۱,۴۱۳,۳۰۰	۱,۴۱۶,۰۴۰	۰/۳۶	۰/۵۶

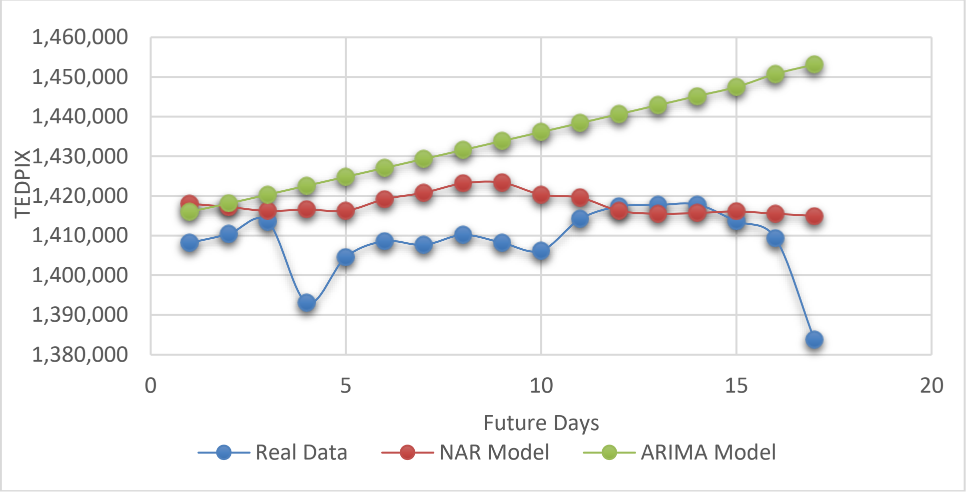
باوجودآنکه بهترین عملکرد آریما در این مقایسه لحاظ شده است، به‌ازای هریک از بازه‌های زمانی، مدل نارکس خطای کمتری داشته و در مقایسه با این مدل سنتی از عملکرد بالاتری برخوردار است. نتایج پیش‌بینی شاخص در روزهای بیشتر با مدل نار نیز طبق معیار میانگین مربعات خطا با نتایج مدل آریما مقایسه و در جدول ۷ گزارش شد. در این جدول، پیش‌بینی برای تمامی سال‌های بررسی‌شده تا زمانی ادامه یافت که یکی از روش‌ها به خطای مطلق ۵درصد یا بیشتر برسد. ازآنجاکه مدل آریما در روز ۱۷ام پیش‌بینی، به خطای بیش از ۵درصد رسید، مقدار خطای مجموع مربعات برای هر دو روش به‌ازای این داده‌ها محاسبه و با یکدیگر مقایسه شد.

جدول (۷): مقایسهٔ نتایج مدل آریما با مدل نار

Table (7) Comparison results of the ARIMA model with the NAR model

بازه زمانی	میانگین مربعات خطا با مدل آریما	میانگین مربعات خطا با مدل نار
۱۵ سال	۴۹۹,۴۸۵,۸۲۷	۱۶۳,۶۳۱,۸۵۲
۱۰ سال	۸۵۰,۰۶۴,۲۱۴	۲۱۰,۸۵۳,۱۵۵
۵ سال	۱,۵۱۷,۷۳۶,۸۶۶	۱۹۸,۸۴۸,۶۳۷
۳ سال	۱,۲۱۴,۷۳۱,۳۷۹	۲۷۸,۶۴۷,۹۲۱

همان‌طور که مشاهده می‌شود، روش نار در مقایسه با آریما مقادیر خطای بسیار کمتری نشان داده است. به‌طور خاص، روش آریما در ۱۷ روز نخست پیش‌بینی، انحراف بیشتری از مقادیر واقعی داشته است. این تفاوت به‌وضوح در شکل ۷ قابل‌مشاهده است. به‌علاوه، مدل خطی آریما در مقایسه با مدل نار در شبیه‌سازی نوسان شاخص، عملکرد ضعیف‌تری دارد.



شکل (۷): مقایسهٔ نتایج پیش‌بینی مدل آریما با مدل نار و داده‌های واقعی

Figure (7) Comparison of ARIMA model results with NAR model results and actual data

به‌این‌ترتیب، مقایسهٔ مدل‌های شبکهٔ عصبی پژوهش با مدل سنتی آریما حاکی‌از برتری مدل نارکس در پیش‌بینی روز بعد و برتری مدل نار در پیش‌بینی روزهای بعدتر در مقایسه با آریماست.

بحث و نتیجه‌گیری

پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران به دلیل اهمیت این شاخص در بازار مالی ایران، همواره توجه پژوهشگران را به خود جلب کرده است. در این پژوهش به‌منظور پیش‌بینی این شاخص از الگوریتم شبکهٔ عصبی نارکس در ترکیب با مجموعه‌های ورودی مختلف در بازهٔ زمانی سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۴۰۲ استفاده شد. دلیل استفاده از این الگوریتم پتانسیل بالای آن در یادگیری مسائل غیرخطی و پیچیده با بهره‌گیری از هر دو منبع داده‌ای برونزا و درونزا است؛ به‌علاوه، برتری نسبی الگوریتم نارکس در مقایسه با سایر مدل‌های پیش‌بینی قیمت در برخی پژوهش‌های جدید و معتبر حوزهٔ کاربرد شبکهٔ عصبی تأیید شده است. باوجود این عملکرد موفق، پژوهشی مشاهده نشد که با بهره‌گیری از شبکهٔ عصبی نارکس، شاخص بورس تهران را پیش‌بینی کند؛ درنتیجه با هدف رفع این خلأ پژوهشی و توسعهٔ مدل‌های نارکس موجود و مضاف بر آن کمک به فعالان این بازار این پژوهش انجام شد.

برای این منظور، یک فرایند پژوهش چهارمرحله‌ای طراحی شد. با اجرای این فرایند، تنظیمات بهینهٔ شبکهٔ عصبی نارکس برای دستیابی به هدف پیش‌بینی شاخص کل بورس تهران در روز آتی برای سه پارامتر اصلی شامل مجموعه ورودی، تعداد نورون‌ها و الگوریتم‌های آموزش تعیین شد. نتایج نشان داد که مجموعه ورودی بهینه به مدل نارکس را ترکیب داده‌های قیمتی، حجم معامله و متغیرهای تکنیکالی میانگین متحرک ساده و نمایی می‌سازد. این مدل به‌ازای تعداد نورون‌هایی که طبق رابطهٔ پیشنهادی دفر و همکاران (Dhafer et al., 2022) تعیین شده‌اند، بهترین عملکرد را داشته است؛ علاوه‌براین، الگوریتم‌های لونبرگ-مارکوارت، تنظیم بیزی و گرادیان مزدوج مقیاس‌شده، به ترتیب بهترین عملکرد را در آموزش شبکهٔ

نارکس داشته‌اند. این تنظیمات موجب شد تا مدل نارکس با خطای ناچیز ۰/۰۰۰۵۲ و دقت ۹۹/۹۴۸ درصد، در پیش‌بینی شاخص کل بورس تهران موفق عمل کند. به‌طورمشابه، اشرفی‌جو و همکاران (Ashrafijoo et al., 2023) با استفاده از یک مدل شبکهٔ عصبی مبتنی‌بر الگوریتم‌های لونبرگ–مارکوارت، تنظیم بیزی و گرادیان مزدوج مقیاس‌شده بر روی داده‌های شاخص کل بورس تهران در بازهٔ سال‌های ۱۳۹۶ تا ۱۳۹۹ پرداخته و در بهترین حالت طبق داده‌های محدودهٔ کمترین قیمت به‌دقت پیش‌بینی ۹۹/۹۸۳درصد با دو الگوریتم آموزش اول دست‌یافته‌اند. از منظر اولویت الگوریتم‌های اتخاذشده، علاوه‌بر آن‌ها، دفر و همکاران (Dhafer et al., 2022) نیز به برتری الگوریتم‌های لونبرگ–مارکوارت و تنظیم بیزی در مقایسه با گرادیان مزدوج مقیاس‌شده اشاره کرده‌اند؛ بااین‌حال، در پژوهش حاضر، تفاوت ملموس‌تری بین عملکرد این سه الگوریتم مشاهده شد و الگوریتم لونبرگ–مارکوارت از برتری خاصی در مقایسه با تنظیم بیزی و تنظیم بیزی نیز از برتری محسوسی در مقایسه با گرادیان مزدوج مقیاس‌شده برخوردار بوده است. این یافته رویکرد پژوهشگرانی نظیر رشید و اسماعیل (Rashid & Ismail, 2024) در قرار دادن الگوریتم لونبرگ–مارکوارت به‌عنوان تنها الگوریتم آموزش به شبکهٔ عصبی نارکس را تأیید می‌کند. پس از تعیین تنظیمات بهینهٔ مدل نارکس، نتایج مقایسهٔ این مدل با دو مدل شبکهٔ عصبی پویای دیگر نشان داد که مدل نارکس از قابلیت پیش‌بینی دقیق‌تری در مقایسه با دو الگوریتم نایو و نار برخوردار است. این یافته نیز همراستا با نتایج پژوهش آلکالده و همکاران (Alcalde et al., 2024) است و مهر تأیید دیگری بر نتیجه‌گیری برخی دیگر از پژوهش‌ها (Badshah et al., 2023; Alshater et al., 2022; Devyatkin & Otmakhova, 2021) مبنی بر مزیت الگوریتم نارکس در حل مسائل غیرخطی نظیر پیش‌بینی قیمت در شرایط پیچیدهٔ بازار است. علاوه‌بر کاربرد مدل نارکس در پیش‌بینی روز آتی، از قابلیت مدل نار در توسعهٔ بازهٔ پیش‌بینی استفاده شد. به‌منظور اعتبارسنجی مدل نیز علاوه‌بر تحلیل حساسیت، مدل‌های پژوهش با مدل سنتی آریما مقایسه شد که نتایج این بررسی‌ها حاکی‌از برتری مدل نارکس در پیش‌بینی شاخص روز آتی و برتری مدل نار در پیش‌بینی روزهای بعدی است. ازلحاظ نظری، این یافته‌ها می‌تولند درک فعلی پژوهشگران این حوزهٔ موضوعی را از قابلیت‌های این مدل ارتقا بخشد و به اثربخشی تلاش‌های آن‌ها جهت تنظیم پارامترهای این شبکهٔ عصبی منجر شود. از بُعد عملی نیز مدل پیشنهادی پژوهش با فراهم‌کردن امکان پیش‌بینی دقیق شاخص بورس اوراق بهادار تهران در روزهای آتی به‌عنوان افق زمانی کوتاه‌مدت می‌تواند به سرمایه‌گذاران کمک کند تا در شرایطی که بازار دچار صف‌های خرید و فروش می‌شود، تصمیمات مالی هوشمندانه‌تری اتخاذ کنند (Ghosh et al., 2025). این پیش‌بینی‌ها علاوه‌بر کاهش ریسک‌های ناشی از نوسانات شدید، امکان تنظیم به‌موقع پرتفوی سرمایه‌گذاران را فراهم کرده و به آنها کمک می‌کند تا از تله‌های هیجانی بازار دوری کنند (Zaffar & Hussain, 2022)؛ بنابراین، مدل‌های معرفی‌شده در این پژوهش و یافته‌های حاصل نه‌تنها می‌تواند الهام‌بخش دانشگاهیان و پژوهشگران حوزهٔ کاربرد شبکهٔ عصبی باشد، بلکه می‌تواند ابزار مناسبی در راستای مدیریت بهتر سرمایه‌گذاری در بازار بورس اوراق بهادار تهران به‌منظور کمک به فعالان بازار تلقی شود.

باوجود این دستاوردهای نظری و عملی، پژوهش حاضر با محدودیت‌هایی مواجه است که تلاش برای رفع آن‌ها می‌تواند مسیر پژوهش‌های آتی را هموار سازد: نخست، دورهٔ زمانی بررسی‌شده (۱۳۸۸ تا ۱۴۰۲) است که اگرچه بازه‌ای نسبتاً طولانی را شامل می‌شود، ممکن است تغییرات ساختاری و روندهای جدید بازار را به‌طور کامل منعکس نکند؛ دوم، مدل پیشنهادی بر مجموعه‌ای از متغیرهای قیمتی و تکنیکال متکی است و سایر عوامل بنیادی، روان‌شناختی یا کلان اقتصادی که می‌توانند بر شاخص بورس تأثیرگذار باشند، در نظر گرفته نشده‌اند؛ سوم، عملکرد مدل به انتخاب متغیرهای ورودی، تعداد نورون‌ها و پیکربندی شبکهٔ وابسته است و تنظیم این پارامترها نیازمند آزمایش‌های گسترده برای دستیابی به بهترین کارایی است؛ چهارم، پیچیدگی محاسباتی مدل‌های نارکس چالشی دیگر است که اجرای آن‌ها را برای مجموعه‌داده‌های بزرگ زمان‌بر و نیازمند منابع محاسباتی قوی می‌کند. باوجودآنکه در این پژوهش تلاش شده است با تنظیم دقیق پارامترهای مدل و استفاده از

مجموعه‌داده‌های گسترده، این چالش‌ها تا حد امکان برطرف شود، اما این تنظیمات به‌طور مستقیم برای سایر پژوهش‌ها تعمیم‌پذیر نیست و باید متناسب با هر مسئله تحقیقاتی تنظیم شود.

پژوهش‌های آتی می‌توانند بر توسعهٔ الگوریتم‌های آموزشی کارآمدتر و بررسی مدل‌های ترکیبی تمرکز کنند که نارکس را با سایر تکنیک‌های یادگیری ماشین ادغام می‌کنند؛ برای مثال، ترکیب نارکس با الگوریتم‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک، روش‌های مبتنی‌بر منطق فازی یا شبکه‌های یادگیری عمیق می‌تواند به بهبود دقت پیش‌بینی و افزایش استحکام مدل منجر شود؛ علاوه‌براین، ارزیابی عملکرد مدل‌های نارکس در بازارهای مالی مختلف، ازجمله بازارهای نوظهور یا دارایی‌های با نوسان بالا می‌تولند درک بهتری از قابلیت تعمیم این روش فراهم کند. پژوهش‌های آینده می‌توانند تأثیر متغیرهای بنیادی، عوامل رفتاری و شاخص‌های کلان اقتصادی را نیز در کنار متغیرهای قیمتی و تکنیکال بررسی کنند و چارچوبی جامع‌تر برای پیش‌بینی روندهای بازار ارائه دهند؛ درنهایت، کاهش پیچیدگی محاسباتی مدل‌های نارکس ازطریق بهینه‌سازی معماری شبکه و به‌کارگیری روش‌های کاهش ابعاد داده، می‌تواند مسیر به‌کارگیری عملی این مدل‌ها را در محیط‌های واقعی هموارتر سازد.

منابع

اسدی، مسعود، میربرگ‌کار، سیدمظفر، و چیرانی، ابراهیم (۱۴۰۱). ارائه یک مدل شبکهٔ عصبی برای پیش‌بینی سود شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه دقت آن با مدل‌های HDZ و ARIMA. *حسابداری مدیریت*، ۱۵(۵۴)، ۱۸۰-۱۶۳.

اشرفی‌جو، بهمن، فقهی فرهمند، ناصر، علوی متین، یعقوب، و رحمانی، کمال‌الدین (۱۴۰۲). پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی بر روی داده‌های محدوده کمترین قیمت. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱۴(۵۶)، ۲۱۷-۱۹۹.

اصولیان، محمد، صادقی شریف، سیدجلال، حسینی اسفیدواجانی، سیدعلی، و مبیّن، ندا (۱۴۰۳). پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار به کمک گراف پدیداری. *نشریه بورس اوراق بهادار*، ۱۷(۶۸)، ۱-۲۶.
https://doi.org/10.22034/jse.2024.12247.2151

بهشتی مسئله‌گو، سیده‌مژگان، افشار کاظمی، محمدعلی، حقیقت منفرد، جلال، و رضاییان، علی (۱۴۰۲). یادگیری عمیق برای پیش‌بینی بازار سهام با استفاده از اطلاعات عددی و متنی (رویکرد الگوریتم حافظه کوتاه‌مدت ماندگار LSTM). *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱۴(۵۵)، ۶۵-۸۷.

راعی، رضا، محمدی، شاپور، و فندرسکی، حنظله (۱۳۹۴). پیش‌بینی شاخص قیمت بورس سهام با استفاده از شبکهٔ عصبی و تبدیل موجک. *مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۳(۱)، ۵۵-۷۴.

شریف‌فر، امیر، خلیلی عراقی، مریم، رئیسی وانانی، ایمان، و فلاح شمس، میرفیض (۱۴۰۱). کاربرد معماری‌های یادگیری عمیق در پیش‌بینی قیمت سهام (رویکرد شبکهٔ عصبی پیچشی CNN). *مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۱۰(۳)، ۱-۲۰.
https://doi.org/10.22108/amf.2022.129205.1673

شریف‌مقدم، شفق، و هاشمی، سیدذبیح‌اله (۱۳۹۷). پیش‌بینی نرخ ارز یورو به دلار با تکنیک شبکهٔ عصبی مصنوعی. *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)*، ۹(۳۷)، ۳۹۹-۴۱۳.

صفری دهنوی، وحید، و شفیعی، مسعود (۱۴۰۰). پیش‌بینی ارزش سهام با استفاده از شبکهٔ عصبی فازی پیشنهادی و الگوریتم ترکیبی. *کارافن*، ۱۸(۱)، ۲۰۳-۲۲۱. https://doi.org/10.48301/kssa.2021.131058

عامری شهرابی، حسین، و طیبی ثانی، احسان (۱۴۰۴). بررسی عملکرد روش شبکهٔ عصبی بازگشتی (RNN) حافظه طولانی کوتاه‌مدت (LSTM) در پیش‌بینی قیمت سهام. *دانش سرمایه‌گذاری*، ۱۴(۵۵)، ۹۳-۱۱۷.

محمودی آذر، میثم، و راعی، رضا (۱۳۹۳). پیش‌بینی بازده آتی بازار سهام با استفاده از مدل‌های آریما، شبکهٔ عصبی و نویززدایی موجک. *مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۲(۲)، ۱-۱۶.

میرزائی، سجاد، آشتاب، علی، و زواری رضائی، اکبر (۱۴۰۲). مقایسهٔ کارایی مدل‌های آماری و یادگیری ماشین و انتخاب مدل بهینه در پیش‌بینی سود خالص و جریان‌های نقدی عملیاتی. *مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۱۱(۲)، ۵۳-۷۴. https://doi.org/10.22108/amf.2023.136720.1784

وزیری کردستانی، جلیل، فرید، داریوش، ناظمی اردکانی، مهدی، و حسینی با مکان، سیدمجتبی (۱۴۰۱). ارزیابی روش ترکیبی PSO-BiLSTM برای پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از داده‌های سری زمانی قیمتی سهام (مطالعه موردی: سهام ارزشی بورس و فرابورس ایران). *راهبرد مدیریت مالی*، ۱۰(۴)، ۱۲۵-۱۵۰. https://doi.org/10.22051/jfm.2023.40712.2701

یوسف‌زاده، حمیدرضا، کرابی، امین، و حیدری، عقیله (۱۴۰۲). فرکسیون: الگوریتم تلفیقی جدید پیش‌بینی روند شاخص صنایع بازار بورس و اوراق بهادار تهران. *نشریه پژوهش‌های ریاضی*، ۹(۱)، ۳۱۱-۴۸۴.

References

Ahmad, S. M., Youns, A. S., & Hamdi, M. S. (2025). Nonlinear autoregressive model for stability and prediction. *Journal of Applied Mathematics*, (1), 6695121. https://doi.org/10.1155/jama/6695121

Alcalde, R., GarcÍa, S., Manzanedo, M., Basurto, N., de Armiño, C. A., Urda, D., & Alonso, B. (2024). Analyzing time series to forecast hot rolled coil steel price in Spain by means of neural non-linear models. *Logic Journal of the IGPL*, jzae060. https://doi.org/10.1093/jigpal/jzae060

Aljojo, N., Alshutayri, A., Aldhahri, E., Almandeel, S., & Zainol, A. (2021). A nonlinear autoregressive exogenous (NARX) neural network model for the prediction of timestamp influence on bitcoin value. *IEEE Access*, 9, 148611-148624. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3124629

Alshater, M. M., Kampouris, I., Marashdeh, H., Atayah, O. F., & Banna, H. (2025). Early warning system to predict energy prices: The role of artificial intelligence and machine learning. *Annals of Operations Research*, 345, 1297-1333. https://doi.org/10.1007/s10479-022-04908-9

Amelot, L. M. M., Agathee, U. S., & Sunecher, Y. (2021). Time series modelling, NARX neural network and hybrid KPCA–SVR approach to forecast the foreign exchange market in Mauritius. *African Journal of Economic and Management Studies*, 12(1), 18-54. https://doi.org/10.1108/AJEMS-04-2019-0161

Amerishahrabi, H., & Tayebisani, E. (2025). Evaluation of the performance of recursive neural network (RNN) Long-Short Term Memory (LSTM) method in stock price forecasting. *Journal of Investment Knowledge*, 14(55), 93-117. [In Persian].

Asadi, M., Mirbargkar, S. M., & Chirani, E. (2022). Proposing a neural network model for predicting the profit of companies listed on the Tehran Stock Exchange and comparing its accuracy with HDZ and ARIMA models. *Management Accounting*, 15(54), 163–180. [In Persian].

Ashrafijoo, B., Farahmand, N. F, Matin, Y. A., & Rahmani, K. (2023). Predicting stock prices using artificial neural networks on minimum price range data. *Financial Engineering and Securities Management Journal*, 14(56), 199–217. [In Persian].

Badshah, W., Güney, İ., Dobrın, C., & Dıma, A. (2023). Identifying the inter-dynamics between gold prices of Turkey and key economic indicators: an application of three different models. *Journal of Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 57(3), 221-234. https://doi.org/10.24818/18423264/57.3.23.13

Baffour, A. A., Feng, J., & Taylor, E. K. (2019). A hybrid artificial neural network-GJR modeling approach to forecasting currency exchange rate volatility. *Neurocomputing*, 365, 285-301. https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.07.088

Beheshtimasalegou, S. M., Afsharkazemi, M. A., Haghighatmonfared, J., & Rezaeian, A. (2023). Deep learning for stock market forecasting using numerical and textual information (Long-Short Term Memory approach), *Financial Engineering and Protfolio Management*, (55), 65-87. [In Persian].

Benyaala, S., & Henchiri, J. E. (2024). Predicting stock market crashes in MENA regions: Study based on the irrationality of investor behavior and the NARX model. *Journal of Financial Regulation and Compliance*, 32(5), 590–619. https://doi.org/10.1108/JFRC-12-2023-0201

Bhowmick, A., Rahman, A., & Rahman, R. M. (2019). Performance analysis of different recurrent neural network architectures and classical statistical model for financial forecasting: A case study on dhaka stock exchange. In R. Silhavy (Ed.), *Artificial Intelligence Methods in Intelligent Algorithms* (pp. 277-286). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-19810-7_27

Borrero, J. D., & Mariscal, J. (2023). Elevating univariate time series forecasting: innovative SVR-empowered nonlinear autoregressive neural networks. *Algorithms*, *16*(9), 423. https://doi.org/10.3390/a16090423

Cao, J., & Wang, J. (2020). Exploration of stock index change prediction model based on the combination of principal component analysis and artificial neural network. *Soft Computing*, *24*, 7851-7860. https://doi.org/10.1007/s00500-019-03918-3

Chavoshi, S. K., Mansouri, A., & Sheidani, S. (2022). An improvement of hidden Markov model for stock market predictions. *International Journal of Reasoning-based Intelligent Systems*, 14(2-3), 144-153. https://doi.org/10.1504/IJRIS.2022.125433

Chen, C., & Pan, Z. (2023). A neural network-based method for real-time inversion of nonlinear heat transfer problems. *Energies*, 16(23), 7819. https://doi.org/10.3390/en16237819

Chen, W., Jiang, M., Zhang, W. G., & Chen, Z. (2021). A novel graph convolutional feature based convolutional neural network for stock trend prediction. *Information Sciences*, 556, 67-94. https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.12.068

Chong, E., Han, C., & Park, F. C. (2017). Deep learning networks for stock market analysis and prediction: Methodology, data representations, and case studies. *Expert Systems with Applications*, 83, 187-205. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.04.030

Çolak, A. B. (2022). Comparative investigation of the usability of different machine learning algorithms in the analysis of battery thermal performances of electric vehicles. *International Journal of Energy Research*, 46(15), 21104-21126. https://doi.org/10.1002/er.8492

Devyatkin, D., & Otmakhova, Y. (2021). Methods for mid-term forecasting of crop export and production. *Applied Sciences*, 11(22), 10973. https://doi.org/10.3390/app112210973

Dhafer, A. H., Mat Nor, F., Alkawsi, G., Al-Othmani, A. Z., Ridzwan Shah, N., Alshanbari, H. M., Khairi, K. F. B., & Baashar, Y. (2022). Empirical analysis for stock price prediction using NARX model with exogenous technical indicators. *Computational Intelligence and Neuroscience*, (1), 9208640. https://doi.org/10.1155/2022/9208640

Ghosh, I., Chaudhuri, T. D., Sarkar, S., Mukhopadhyay, S., & Roy, A. (2025). Macroeconomic shocks, market uncertainty and speculative bubbles: A decomposition-based predictive model of Indian stock markets. *China Finance Review International*, 15(1), 166-201. https://doi.org/10.1108/CFRI-09-2023-0237

Gülcü, S. (2022). Training of the feed forward artificial neural networks using dragonfly algorithm. *Applied Soft Computing*, 124, 109023. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109023

Gülmez, B., & Kulluk, S. (2019). Social spider algorithm for training artificial neural networks. *International Journal of Business Analytics (IJBAN)*, 6(4), 32–49. https://doi.org/10.4018/IJBAN.2019100103

Gülmez, B. (2023). Stock price prediction with optimized deep LSTM network with artificial rabbits optimization algorithm. *Expert Systems with Applications*, 227, 120346. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120346

Gündoğdu, S. (2020). Comparison of static MLP and dynamic NARX neural networks for forecasting of atmospheric PM10 and SO2 concentrations in an industrial site of Turkey. *Environmental Forensics*, 21(3-4), 363-374. https://doi.org/10.1080/15275922.2020.1771637

Han, J. B., Kim, S. H., Jang, M. H., & Ri, K. S. (2020). Using genetic algorithm and NARX neural network to forecast daily bitcoin price. *Computational Economics*, 56, 337-353. https://doi.org/10.1007/s10614-019-09928-5

Han, H., Liu, Z., Barrios, M. B., Li, J., Zeng, Z., Sarhan, N., & Awwad, E. M. (2024). Time series forecasting model for non-stationary series pattern extraction using deep learning and GARCH modeling. *Journal of Cloud Computing*, 13, 2. https://doi.org/10.1186/s13677-023-00576-7

Jaiswal, R., Jha, G. K., Kumar, R. R., & Choudhary, K. (2025). NARX model for potato price prediction utilising multimarket information. *Potato Research*, 1-22. https://doi.org/10.1007/s11540-025-09846-0

Kong, X., Luo, J., Feng, X., & Liu, M. (2023). A general quality-related nonlinear process monitoring approach based on input–output kernel PLS. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 72, 1-12. https://doi.org/10.1109/TIM.2023.3238692

Kumar, D., Sarangi, P. K., & Verma, R. (2022). A systematic review of stock market prediction using machine learning and statistical techniques. *Materials Today: Proceedings*, 49(8), 3187-3191. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.11.399

Ledhem, M. A. (2022). Deep learning with small and big data of symmetric volatility information for predicting

daily accuracy improvement of JKII prices. *Journal of Capital Markets Studies*, 6(2), 130-147. http://dx.doi.org/10.1108/JCMS-12-2021-0041

Louzazni, M., Mosalam, H., & Cotfas, D. T. (2021). Forecasting of photovoltaic power by means of non-linear auto-regressive exogenous artificial neural network and time series analysis. *Electronics*, 10(16), 1953. https://doi.org/10.3390/electronics10161953

Ma, Q., Liu, S., Fan, X., Chai, C., Wang, Y., & Yang, K. (2020). A time series prediction model of foundation pit deformation based on empirical wavelet transform and NARX network. *Mathematics*, 8(9), 1535. https://doi.org/10.3390/math8091535

Malekian, A., & Chitsaz, N. (2021). Concepts, procedures, and applications of artificial neural network models in streamflow forecasting. In P. Sharma & D. Machiwal (Eds.), *Advances in Streamflow Forecasting* (pp. 115–147). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-820673-7.00003-2

Mahmoudiazar, M., & Raei, R. (2014). Prediction of stock market returns with out of sample data: Evaluating out of sample methods (Regression method and wavelet neural network). *Journal of Asset Management and Financing*, 2(2), 1-16. [In Persian].

Mirzaei, S., Ashtab, A., & Zavarirezaei, A. (2023). Comparing the efficiency of statistical models and machine-learning models and choosing the optimal model for predicting net profit and operating cash flows. *Journal of Asset Management and Financing*, 11(2), 53-74. https://doi.org/10.22108/amf.2023.136720.1784 [In Persian].

Mohammad, A. T., & Al-Shohani, W. A. M. (2024). Short-term prediction of the solar photovoltaic power output using nonlinear autoregressive exogenous inputs and artificial neural network techniques under different weather conditions. *Energies*, 17(23), 6153. https://doi.org/10.3390/en17236153

Mtiraoui, A., Boubaker, H., & BelKacem, L. (2023). A hybrid approach for forecasting bitcoin series. *Research in International Business and Finance*, 66, 102011. https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2023.102011

Osoolian, M., Mobayen, N., Sadeghisharif, S. J., & Hosseinyesfidavajani, S. A. (2025). Prediction of the stock market index with the help of visibility graph. *Journal of Securities Exchange*, 17(68), 1-26. https://doi.org/10.22034/jse.2024.12247.2151 [In Persian].

Pattanayak, A. M., Swetapadma, A., & Sahoo, B. (2024). Exploring different dynamics of recurrent neural network methods for stock market prediction: A comparative study. *Applied Artificial Intelligence*, 38(1), e2371706. https://doi.org/10.1080/08839514.2024.2371706

Pawar, K., Jalem, R. S., & Tiwari, V. (2019). Stock market price prediction using LSTM RNN. In V. Rathore, M. Worring, D. Mishra, A. Joshi, & S. Maheshwari, (Eds), *Emerging Trends in Expert Applications and Security* (pp. 493–503). Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-2285-3_58

Raei, R., Mohammadi, S., & Fendereski, H. (2015). Forecasting stock index with neural network and wavelet transform. *Journal of Asset Management and Financing*, 3(1), 55-74. [In Persian].

Rafi, M., Mirza, Q. A. K., Sohail, M. I., Aliasghar, M., Aziz, A., & Hameed, S. (2023). Enhancing cryptocurrency price forecasting accuracy: A feature selection and weighting approach with bi-directional LSTM and trend-preserving model bias correction. *IEEE Access,* 11, 65700-65710. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3287888

Rahman, M. M., Shakeri, M., Khatun, F., Tiong, S. K., Alkahtani, A. A., Samsudin, N. A., Amin, N., Pasupuleti, J., & Hasan, M. K. (2023). A comprehensive study and performance analysis of deep neural network-based approaches in wind time-series forecasting. *Journal of Reliable Intelligent Environments*, 9, 183–200. https://doi.org/10.1007/s40860-021-00166-x

Rashid, N. A., & Ismail, M. T. (2024). Nonlinear autoregressive with exogeneous input neural network time series model performance: bitcoin price prediction. *International Journal of Computational Economics and Econometrics*, 14(3), 337-362. https://doi.org/10.1504/IJCEE.2024.139764

Safaridehnavi, V., & Shafiee, M. (2021). The prediction of stock value by using the proposed fuzzy neural network and hybrid algorithm. *Karafan*, 18(1), 203–221. https://doi.org/10.48301/kssa.2021.131058 [In Persian].

Selvamuthu, D., Kumar, V., & Mishra, A. (2019). Indian stock market prediction using artificial neural networks on tick data. *Financial Innovation*, 5(16), 1-12. https://doi.org/10.1186/s40854-019-0131-7

Selvin, S., Vinayakumar, R., Gopalakrishnan, E. A., Menon, V. K., & Soman, K. P. (September, 2017). *Stock price prediction using LSTM, RNN and CNN-sliding window model.* In 2017 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics *(ICACCI),* Udupi, India. https://doi.org/10.1109/ICACCI.2017.8126078

Shariffar, A., Khaliliaraghi, M., Raeesivanani, I., & Fallahshams, M. (2022). Application of deep learning architectures in stock price forecasting: A convolutional neural network approach. *Journal of Asset Management and Financing*, 10(3), 1-20. https://doi.org/10.22108/amf.2022.129205.1673 [In Persian].

Sharifmoghaddam, S., & Hashemi, S. Z. (2018). Forecasting euro-to-dollar exchange rates using artificial neural network techniques. *Financial Engineering and Securities Management Journal (Portfolio Management)*, 9(37), 399–413. [In Persian].

Sonkavde, G., Dharrao, D. S., Bongale, A. M., Deokate, S. T., Doreswamy, D., & Bhat, S. K. (2023). Forecasting stock market prices using machine learning and deep learning models: A systematic review, performance analysis and discussion of implications. *International Journal of Financial Studies*, 11(3), 94. https://doi.org/10.3390/ijfs11030094

Suleiman, M., Muhammad, I., Adamu, A. Z., Zakari, Y., Iliyasu, R., Muhammad, A., Adamu, I., & Abdu, M. (2023). Modelling Nigeria crude oil prices using ARIMA time series models. *NIPES Journal of Science and Technology Research*, 5(1), 230-241.

Tu, S., Huang, J., Mu, H., Lu, J., & Li, Y. (2024). Combining Autoregressive Integrated Moving Average Model and Gaussian Process Regression to Improve Stock Price Forecast. *Mathematics*, 12(8), 1187. https://doi.org/10.3390/math12081187

Usefzadeh, H. R., Karrabi, A., & Heidari, A. (2023). FRACSION: A novel hybrid algorithm for forecasting the industry index trend in Tehran Stock Exchange. *Mathematics Research Journal*, 9(1), 311-484. [In Persian].

Vazirikordestani, J., Farid, D., Nazemiardakani, M., & Hosseinibamakan, S. M. (2022). Evaluation of the hybrid PSO-BiLSTM method for stock price prediction using stock price time series data (Case study: Value stocks of Tehran and OTC markets). *Financial Management Strategy*, 10(4), 125–150. https://doi.org/10.22051/jfm.2023.40712.2701 [In Persian].

Xie, H., Tang, H., & Liao, Y. H. (July, 2009). *Time series prediction based on NARX neural networks: An advanced approach*. In Proceedings of the 2009 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Hebei. https://doi.org/10.1109/ICMLC.2009.5212326

Xu, W., & Hu, H. (2023). A novel FRBF-type model for nonlinear time series prediction. *Mathematical Problems in Engineering*, (1), 5753023. https://doi.org/10.1155/2023/5753023

Yakubu, U. A., & Saputra, M. P. A. (2022). Time series model analysis using autocorrelation function (ACF) and partial autocorrelation function (PACF) for E-wallet transactions during a pandemic. *International Journal of Global Operations Research*, 3(3), 80-85.

Zaffar, A., & Hussain, S. M. A. (2022). Modeling and prediction of KSE–100 index closing based on news sentiments: An application of machine learning model and ARMA (p, q) model. *Multimedia Tools and Applications*, 81, 33311–33333. https://doi.org/10.1007/s11042-022-13052-2

Zeng, X., Liang, C., Yang, Q., Wang, F., & Cai, J. (2025). Enhancing stock index prediction: A hybrid LSTM-PSO model for improved forecasting accuracy. *PLOS ONE*, 20(1), e0310296. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0310296

Zhang, Y., Gao, M., Hua, G., Xie, Q., Guo, Y., & Zheng, R. (2023). Multisource fusion of exogenous inputs based NARXs neural network for vehicle speed prediction between urban road intersections. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 238(12). https://doi.org/10.1177/09544070231186186

Zhang, G. P., & Qi, M. (2005). Neural network forecasting for seasonal and trend time series. *European Journal of Operational Research*, 160(2), 501–514. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2003.08.037

Zheng, Y., Zhang, W., Xie, J., & Liu, Q. (2022). A water consumption forecasting model by using a nonlinear autoregressive network with exogenous inputs based on rough attributes. *Water*, 14(3), 329. https://doi.org/10.3390/w14030329