

A Robust Model with Adjustable Conservatism Level for Index Fund Construction in Tehran Stock Exchange

Mohammad Mahdi Bahrololoum^{1*}, Maghsoud Amiri², Mirfeiz Fallahshams³

1- Assistant Professor, Allame Tabatabaee University, Management & Accounting Faculty, Banking & Finance Group
mahdi_ba63@yahoo.com

2- Professor, Allame Tabatabaee University, Management & Accounting Faculty, Industrial Management group
amiri@atu.ac.ir

3- Assistant Professor, Islamic Azad University, Central Tehran branch, Faculty of Management, Business Management Group
fallahshams@gmail.com

Abstract

In this study, the effective strategy of financial assets allocation under uncertainty is investigated with the aim of risk reduction, cost control, transaction volume reduction and favorable return realization. In order to implement this strategy, the formation of an index fund using robust optimization framework and considering cardinality constraint became the agenda. Although asset allocation through an index fund is the basis of all new investment strategies, it is less considered in Iran's capital market and on the other hand, its robust attribute in terms of response to uncertainty in expected return on assets has not yet been studied. Filtering the listed companies based on market capitalization to determine the composition of the portfolio and also modeling the index tracking problem as minimizing the absolute deviation between the expected return of the index fund and that of the benchmark was performed in this study. The results of the analysis imply on the selection of 20 stocks as the index fund composition and the portfolio rebalancing after three months. The results also indicate good performance of the index tracking funds based on criteria such as correlation, root mean square error and the excess return using out of sample data.

Keywords: Index fund, Index tracking, Robust optimization.

ارائه یک الگوی استوار با درجه محافظه کاری تنظیم شدنی برای تشکیل صندوق شاخصی در بورس اوراق بهادار تهران

محمد مهدی بحر العلوم^{۱*}، مقصود امیری^۲، میرفیض فلاح شمس لیاستانی^۳

۱- استادیار، دانشگاه علامه طباطبائی، دانشکده مدیریت و حسابداری، گروه مالی و بانکداری

mahdi_ba63@yahoo.com

۲- استاد، دانشگاه علامه طباطبائی، دانشکده مدیریت و حسابداری، گروه مدیریت صنعتی

amiri@atu.ac.ir

۳- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، دانشکده مدیریت، گروه مدیریت بازرگانی

fallahshams@gmail.com

چکیده

در این پژوهش، استراتژی تخصیص اثربخش دارایی‌های مالی در شرایط عدم اطمینان با هدف کاهش ریسک، کنترل هزینه، کاهش حجم معاملات و تحقق بازده مطلوب مطالعه شده است. برای پیاده‌سازی این استراتژی، تشکیل صندوق شاخصی با محدودیت عدد صحیح و در چارچوب بهینه‌سازی استوار مدنظر قرار گرفت. با وجود اینکه تخصیص منابع با یک صندوق شاخصی، اساس تمامی راهبردهای نوین سرمایه‌گذاری است، در بازار سرمایه ایران کمتر به آن توجه شده و نیز ویژگی استواری آن به لحاظ پاسخگویی به عدم قطعیت در بازده مدنظر دارایی‌ها تاکنون مطالعه نشده است. در این پژوهش، غربال‌گری سهام شرکت‌های پذیرش شده در بورس بر مبنای ارزش بازار برای تعیین ارقام تشکیل دهنده صندوق و الگوسازی مسئله ردیابی شاخص به صورت کمینه‌سازی قدر مطلق انحراف بین بازده مدنظر صندوق و شاخص بورس انجام شده است. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها بر انتخاب ۲۰ سهم و بروزرسانی ترکیب صندوق بعد از سه ماه دلالت دارد. همچنین محاسبات انجام شده بر عملکرد مناسب صندوق‌های تشکیل شده در ردیابی شاخص مبتنی بر معیارهایی چون همبستگی، ریشه دوم میانگین مربعات خطا و بازده مازاد با بهره‌گیری از داده‌های خارج از نمونه تأکید دارد.

واژه‌های کلیدی: صندوق شاخصی، ردیابی شاخصی، بهینه‌سازی استوار.

مقدمه

سیاست گذاران کلان بازار سرمایه به موازات توسعه کمی و کیفی این بازار، به طراحی و ارائه ابزارهای مالی نوین برای تأمین علایق متفاوت در انتخاب سرمایه گذاری‌ها، بیش از پیش توجه کرده‌اند. در همین راستا قانون توسعه ابزارها و نهادهای مالی جدید و به تبع آن راه اندازی صندوق‌های سرمایه گذاری،^۱ امکان جدیدی را برای فعالان بازار سرمایه فراهم کرد تا از مزایای حاصل از تنوع بخشی و افزایش نقدشوندگی بهره‌مند شوند. رشد تعداد سرمایه گذاران حقیقی و حقوقی در این صندوق‌ها و افزایش حجم منابع سرازیر شده در آنها، تأییدی بر توسعه موفق این نهاد مالی در بازار سرمایه ایران به شمار می‌آید.^۲ این در حالی است که توسعه کمی صندوق‌های سرمایه گذاری، ضرورت تنوع بخشیدن به انواع صندوق‌ها را برای جذب سلیقه‌های مختلف اجتناب ناپذیر کرده است. همچنین تخصیص بهینه منابع مالی، یکی از مهم ترین و اصلی ترین مسائل در تصمیم‌های سرمایه گذاری است و می‌تواند به همراه خود اطمینان سرمایه گذار را فراهم کند و کارایی را نیز در بازار افزایش دهد [۲]. از این رو در شرایط امروز حاکم بر فضای سرمایه گذاری بازار سرمایه ایران با مشخصه عدم قطعیت، بهره‌گیری از استراتژی‌های نوین تخصیص منابع که مشخصه اصلی آن کنترل ریسک، دستیابی به بازده مناسب و کاهش حساسیت به عدم قطعیت در داده‌های ورودی است، اهمیتی دو چندان یافته است. با توجه به مزیت‌های سرمایه گذاری غیرفعال و محصولات مبتنی بر شاخص، استراتژی مد نظر در تخصیص دارایی‌ها در این پژوهش بر آن متمرکز شد و

ضمن ارائه الگویی برای تشکیل صندوق شاخصی، کاستی‌های الگوهای کلاسیک سرمایه گذاری در پاسخگویی به عدم قطعیت نیز با بهره‌گیری از بهینه‌سازی استوار برطرف شد. صندوق شاخصی با دستیابی به بازده مشابه شاخص، کاهش ریسک سرمایه گذاری به سطح نظام مند و نهادینه سازی افق سرمایه گذاری بلندمدت به جای عکس‌العمل‌های مستمر به تغییر جهت‌های بازار، پایه و اساس پارادایم نوین سرمایه گذاری محسوب می‌شود [۲۲]، نهادی که در بازار سرمایه ایران کمتر به آن توجه شده است. هدف از این پژوهش، ارائه الگویی برای تخصیص بهینه دارایی‌های مالی با تشکیل یک صندوق شاخصی است و جنبه نوآوری آن الگوسازی مسأله با درجه استواری / محافظه کاری تنظیم شدنی است. بدین منظور مسأله اسمی^۳ پژوهش مبنی بر کمینه‌سازی خطای ردیابی صندوق نسبت به شاخص بورس، الگوسازی و در گام بعد، نظیر استوار^۴ آن با استفاده از الگوریتم دقیق بهینه‌سازی حل می‌شود. در نهایت تحلیل مقایسه‌ای بین عملکرد صندوق‌های تشکیل شده ناشی از حل جداگانه مسأله اسمی و نظیر استوار آن با استفاده از آزمون‌های آماری برای پاسخگویی به فرضیه‌های پژوهش استفاده می‌شود.

در ادامه، ابتدا مبانی نظری و پیشینه پژوهش و سپس روش تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج تجربی بیان می‌شود. در پایان نیز از مباحث مطرح شده و یافته‌های پژوهش، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آینده ارائه می‌شود.

1 Investment funds

۲ پایگاه اطلاع رسانی بازار سرمایه ایران، مدیریت نظارت بر نهادهای مالی

سازمان بورس و اوراق بهادار، ۱۳۹۰/۷/۱۸

3 Nominal problem

4 Robust Counterpart

مبانی نظری

منطق زیربنایی برای توسعه یک شاخص، پایش عملکرد بخش‌هایی از بازار مالی مانند بازار سهام، مشتقات مالی یا اوراق بهادار با درآمد ثابت است [۱۸]؛ به‌طور مثال شاخص کل بورس تهران، یک شاخص وزنی از ارزش بازار سهام شرکت‌های پذیرش شده در بورس است. سرمایه‌گذاران اغلب به دنبال ردیابی و دستیابی به عملکردی مشابه یک شاخص خاص هستند. دلیل این موضوع پتانسیل نسبتاً بالا برای کسب بازده با حداقل ریسک و هزینه‌های معاملاتی و مدیریتی است. در مقابل، دسته‌ای از سرمایه‌گذاران فعال قرار دارند که با بهره‌گیری از تجربه و دانش خود در انتخاب اوراق بهادار و یا زمان‌بندی مناسب تصمیم‌های خرید و فروش به دنبال دستیابی به بازده فراتر از شاخص هستند. به‌طور میانگین، سرمایه‌گذاران بازده بازار منهای هزینه‌های معاملاتی را کسب می‌کنند و هرچه فعال‌تر باشند، با هزینه‌های معاملاتی، تأثیرات بازار و هزینه‌های مالیاتی بیشتر مواجه می‌شوند [۱۳]؛ بنابراین سرمایه‌گذاران فعال^۱ نه تنها باید بر هزینه‌های معاملاتی غلبه کنند، بلکه فرضیه بازار کارا امکان حدس زدن صحیح نوسان‌های بازار یا یک سهم خاص در یک بازه زمانی بلندمدت را تقریباً غیرممکن می‌داند. از این رو ردیابی شاخص بازار با سرمایه‌گذاری در تعداد محدودی از سهام تشکیل‌دهنده آن یا به عبارتی تشکیل صندوق شاخصی، یک استراتژی جذاب سرمایه‌گذاری به شمار می‌آید. در این راستا الیس^۲ (۱۹۷۵) در مقاله‌ای با عنوان «بازی بازنده‌ها» نشان داد ۸۵ درصد مدیران فعال نتوانسته‌اند بازده بالاتر از شاخص S&P500 را در یک بازه زمانی ۱۰ ساله به دست آورند [۲۲]. جزئیات بیشتر درباره

مزایا و معایب ردیابی شاخص در مقاله اندرو^۳ و همکاران (۱۹۸۶) بررسی شدنی است [۱]. علاوه بر انتخاب استراتژی مناسب سرمایه‌گذاری، بهینه‌سازی منابع تخصیص‌پذیر به سبد دارایی‌ها بسیار حائز اهمیت است. به‌طور کلی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را به دو رویکرد دقیق و تصادفی می‌توان طبقه‌بندی کرد. امروزه استفاده از رویکردهای تصادفی به دلیل پیچیده شدن محیط و عدم قطعیت پیش روی سرمایه‌گذاران بسیار رواج یافته است که نمونه بارز آن بهینه‌سازی استوار است. این روش برای الگوسازی اثر اغتشاش در داده‌های ورودی و یافتن جواب ممکن برای مسائل برنامه‌ریزی ریاضی به کار می‌رود. بهینه‌سازی استوار با کمی چشم‌پوشی از تابع هدف، موجه بودن جواب را تضمین می‌کند؛ به عبارت دیگر در صورت انحراف پارامترهای غیرقطعی الگو نسبت به مقادیر مدنظر، همچنان جواب موجه است و در محدودیت‌های الگو صدق خواهد کرد [۱۱]. بازده مدنظر برآورده شده در فرایند تشکیل صندوق شاخصی، پارامتری غیرقطعی و احتمال انحراف بازده واقعی نسبت به آن وجود دارد. از این رو دستیابی به جواب‌های بهینه‌ای که در مقابل عدم قطعیت در داده‌ها ایمن باشد و به حفظ کیفیت مناسب ردیابی صندوق شاخصی در صورت رخداد حداکثر انحراف منجر شود، دلیل استفاده از این رویکرد بهینه‌سازی در این پژوهش است.

پیشینه پژوهش

در پژوهش‌های مختلف، روش‌های گوناگونی برای ردیابی شاخص پیشنهاد شده است: مید و سالکین^۴ (۱۹۹۰)، جانسن و فن دیک^۵ (۲۰۰۲) از یک

3 Andrews

4 Meade and Salkin

5 Jansen and Van Dijk

1 Active investors

2 Ellis

انجام شد [۱۳]. روش دیگر کمینه‌سازی خطای ردیابی، تعریف تابع هدف به صورت خطی و استفاده از برنامه‌ریزی خطی است. کونو و ویجایانایاک^۵ (۲۰۰۱) انحراف مطلق میانگین بین بازده صندوق و شاخص را با استفاده از روش شاخه و کران کمینه کرده و یک الگوی جایگزین را برای انحراف نامطلوب ارائه کردند [۱۵]. رادلف و همکاران^۶ (۱۹۹۹) نیز کمینه‌سازی خطای ردیابی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی را در دستور کار قرار دادند و چهار معیار خطی متفاوت از خطای ردیابی را مطالعه کردند [۲۱]. رویکرد متفاوت دیگر برای ردیابی شاخص، استفاده از الگوی میانگین - واریانس مارکویتز و تعریف واریانس به عنوان خطای ردیابی نسبت به شاخص مبنا است. رول^۷ (۱۹۹۲) خطای ردیابی درجه دو را با استفاده از چارچوب میانگین - واریانس و اضافه کردن یک محدودیت در خصوص بتای صندوق شاخصی کمینه کرد [۱۹]. روهودر^۸ (۱۹۹۸) یک الگوی مارکویتز را توسعه داد که در تابع هدف خود عبارتی مرتبط با هزینه‌های معاملاتی را در بر می‌گرفت. یکی از مشکلات اساسی استفاده از چنین الگوهایی که از بازده مدتنظر استفاده می‌کنند، عدم قطعیت بازده دارایی‌ها و حساسیت الگو به آنها است، به گونه‌ای که انحراف کوچک در برآورد پارامترهای الگو به اندازه زیادی در اوزان سهام صندوق، بهینه و حتی موجه بودن آن تأثیر می‌گذارد [۲۰]. برای غلبه بر این مشکل، چارچوب بهینه‌سازی استوار را برای اولین بار سویستر^۹ (۱۹۷۳) معرفی کرد [۲۴]. وی الگویی پیشنهاد کرد برای کلیه مقادیر امکان‌پذیر برای پارامترهای غیرقطعی که به مجموعه محدودی تعلق

تابع هدف درجه دو استفاده کردند که واریانس بین بازده صندوق و شاخص را کمینه می‌کند [۱۴، ۱۶]. برخی دیگر از پژوهشگران تلاش کردند پیچیدگی الگوی ریاضی را با الگوریتم‌های ابتکاری و برآورد جواب‌های خوب و نه لزوماً بهینه مدیریت کنند؛ به طور مثال بیزلی^۱ و همکاران (۲۰۰۳) از یک الگوریتم ابتکاری تکاملی استفاده کردند که علاوه بر حل مسئله کمینه‌سازی خطای ردیابی غیرخطی، محدودیت هزینه‌های معاملاتی و تعدیل ترکیب صندوق را نیز در بر می‌گرفت [۳]. گیلی و کلزی^۲ (۲۰۰۱) از یک الگوریتم ابتکاری پذیرش تا حد آستانه برای کمینه‌سازی خطای ردیابی با در نظر گرفتن محدودیت هزینه‌های معاملاتی استفاده کردند [۱۲]. کولمن^۳ و همکاران (۲۰۰۶) کمینه‌سازی خطای ردیابی از درجه دو را با محدودیت عدد صحیح و با بهره‌گیری از یک الگوریتم غیر محدب تدریجی مطالعه کردند. این الگوریتم ابتدا جواب بهینه کلی مسئله را بدون لحاظ کردن محدودیت پیدا می‌کند و سپس به صورت تدریجی به سمت تعداد دارایی‌های الزام شده در مسئله برای تشکیل صندوق، با یک سری جواب‌های بهینه موضعی متمایل می‌شود و در نتیجه به یک جواب تقریباً بهینه دست می‌یابد [۶]. حیفی و همکاران (۲۰۰۹) از الگوریتم‌های ابتکاری ژنتیک پایه برای حل مسئله کمینه‌سازی خطای ردیابی از درجه دو و تشکیل صندوق شاخصی در بورس اوراق بهادار تهران استفاده و در نهایت به تحلیل مقایسه‌ای آنها اقدام کردند. الگوسازی مسئله با لحاظ کردن محدودیت عدد صحیح و ارائه یک معیار غربال‌گری ابتکاری برای افزایش همگرایی الگوریتم پیشنهادی به سمت جواب بهینه

5 Konno and Wijayanayake

6 Rudolf

7 Roll

8 Rohweder

9 Soyster

1 Beasley

2 Gilli and Kellezi

3 Coleman

4 Quadratic

مدیریت ریسک و سرمایه‌گذاری به کار گرفته شده است؛ کاربرد آن در ردیابی شاخص مغفول مانده است. برخی از مطالعات انجام شده با حوزه‌هایی نزدیک به پژوهش حاضر معرفی می‌شود: سیفی و همکاران (۲۰۰۴) الگوی یکپارچه استوار در مسأله انتخاب سهام تک دوره‌ای را توسعه دادند. در این پژوهش بر چگونگی انطباق الگوی استوار بر تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار و عدم قطعیت نرخ بازده سهام تأکید شد [۲۳]. مدرس و همکاران (۲۰۰۹) بهینه‌سازی استوار سبد مالی دارای اختیار معامله را بررسی کردند. در این پژوهش، کارایی الگوی استوار با درجه محافظه کاری کنترل‌شدنی در مقایسه با الگوی استوار بیش محافظه کارانه با استفاده از ۱۰۰ نوع سهم و حدود ۴۰۰ اختیار معامله آزموده شد [۱۷]. در پژوهش گایورونسکی^۵ و همکاران (۲۰۰۵) معیارهای مختلف برای خطای ردیابی به تفصیل بررسی شده است [۹].

با توجه به مبانی نظری و پیشینه پژوهش، فرضیه‌های پژوهش بدین شرح ارائه می‌شود:

۱- استفاده از بهینه‌سازی استوار در انتخاب صندوق شاخصی به بهبود عملکرد آن در دوره ارزیابی منجر می‌شود.

۲- تفاوت معناداری بین بازده صندوق شاخصی و شاخص کل بورس تهران وجود ندارد.

۳- بین تعداد سهام موجود در صندوق شاخصی و تحقق بازده مشابه شاخص، ارتباط معنادار وجود دارد.

روش پژوهش

با توجه به هدف این پژوهش مبنی بر کمینه‌سازی خطای ردیابی که تابعی از قدر مطلق اختلاف بین بازده مدنظر صندوق و شاخص مبنا است (یا دستیابی به

داشت، جواب بهینه و ممکن باقی بماند. بدین ترتیب الگوی حاصل بیش از حد محافظه کارانه بود؛ زیرا جواب بهینه را بازای تحقق بدترین حالت ممکن برای بردار ضرایب غیرقطعی تولید می‌کرد، به گونه‌ای که تا حد زیادی از جواب بهینه مسأله اسمی فاصله می‌گرفت. بن‌تال و نیمروفسکی^۱ در سال‌های ۱۹۹۸-۲۰۰۰ و همچنین ال-گوی^۲ در بازه زمانی ۱۹۹۸-۱۹۹۹ گام‌های مؤثرتری در زمینه بهینه‌سازی استوار برداشتند. رویکرد پیشنهادی این پژوهشگران، درجه محافظه کاری کمتری داشت و شامل حل نظیر استوار می‌شد. در الگوهای پیشنهادی آنها عدم قطعیت به صورت بیضوی مدنظر قرار گرفت. مشکل روش آنها این بود که یک مسأله برنامه‌ریزی خطی را به شکل برنامه‌ریزی درجه دوم یا مخروطی در می‌آورد [۱۰]. برای حل این مشکل برتسیماس و سیم^۳ (۲۰۰۴) فرمول‌بندی استواری را ارائه کردند که در آن نظیر استوار یک مسأله برنامه‌ریزی خطی، شکل خطی خود را حفظ می‌کرد، درجه محافظه کاری آن کنترل‌شدنی بود و در بهینه‌سازی گسسته نیز کاربرد داشت. منطق زیربنایی رویکرد پیشنهادی آنها این بود که در طبیعت هیچ‌گاه به صورت همزمان تمام متغیرهای غیرقطعی، مقادیر بدینانه خود را اختیار نکرده و حداکثر تعداد مشخصی از آنها نسبت به مقدار اسمی خود نوسان خواهد کرد [۴]. با بهره‌گیری از این رویکرد پیشنهادی، چن و ون^۴ (۲۰۱۲) الگویی استوار برای انتخاب صندوق شاخصی ارائه کردند. الگوی پیشنهادی آنها یک برنامه عدد صحیح بود که شباهت بین دارایی‌های صندوق و شاخص را مبتنی بر معیار همبستگی پیشینه می‌کرد [۵]. اگرچه چارچوب بهینه‌سازی استوار در حوزه‌های مختلف مالی از جمله

1 Ben-Tal and Nemirovski

2 El Ghaoui

3 Bertsimas and Sim

4 Chen and Kwon

5 Gaivoronski

۶ خطای ردیابی معیار سنجش تحقق بازده مشابه شاخص است.

$$\begin{aligned} & \text{Min } \left| \sum_{i=1}^n r_i w_i - R \right| \\ & \text{Subject to:} \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ & \sum_{i=1}^n z_i = k \\ & LBz_i < w_i < UBz_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & z_i \in \{0, 1\} \end{aligned} \quad \begin{aligned} (۱) & \quad \text{حداکثر همبستگی بین این دو بردار بازده) پژوهش} \\ & \quad \text{حاضر را در طبقه پژوهش های همبستگی می توان} \\ & \quad \text{دسته بندی کرد. جامعه آماری پژوهش مشتمل بر} \\ (۲) & \quad \text{شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران} \\ & \quad \text{است و قلمرو زمانی آن بازه بین سال های ۱۳۸۹-} \\ (۳) & \quad \text{۱۳۹۲ را در بر می گیرد. روش تحلیل داده ها بر} \\ & \quad \text{برنامه ریزی ریاضی متمرکز است و برای تهیه} \\ (۴) & \quad \text{داده های ورودی به الگو و حل آن از نرم افزار} \\ & \quad \text{Excel، Tseclient2 و Lingo استفاده شده است.} \\ (۵) & \quad \text{مسأله اصلی این پژوهش، تخصیص بهینه دارایی ها در} \\ & \quad \text{یک صندوق شاخصی است؛ به عبارت دیگر جستجوی} \\ & \quad \text{مجموعه ای مناسب از k سهم موجود در شاخص کل} \\ & \quad \text{بورس تهران و وزن بهینه آنها در زمان T مدنظر است} \\ & \quad \text{که بتواند به گونه ای اثربخش، عملکردی مشابه شاخص} \\ & \quad \text{را در بازه زمانی (T, T + \epsilon) ایجاد کند [۱]. برای} \\ & \quad \text{فرموله کردن مسأله ابتدا باید نشان گذاری انجام شده را} \\ & \quad \text{معرفی و تشریح کرد:} \\ & \quad R: \text{ بازده مدنظر شاخص کل} \\ & \quad x_i: \text{ بازده مدنظر سهم i ام از مجموعه سهام در اختیار} \\ & \quad \text{برای تشکیل صندوق شاخصی} \\ & \quad k: \text{ تعداد سهام تشکیل دهنده صندوق شاخصی که} \\ & \quad \text{براساس ترجیحات سرمایه گذار مشخص می شود. در} \\ & \quad \text{این پژوهش مقادیر مختلفی برای k شامل ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰} \\ & \quad \text{در نظر گرفته می شود.} \\ & \quad Z_i: \text{ متغیری است که در صورت وجود سهم i ام در} \\ & \quad \text{صندوق شاخصی معادل ۱ و در غیر این صورت برابر} \\ & \quad \text{صفر در نظر گرفته می شود.} \\ & \quad W_i: \text{ وزن سهم i ام در صندوق شاخصی} \\ & \quad \text{برای حل مسأله تشکیل صندوق شاخصی با} \\ & \quad \text{در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح، ابتدا مسأله} \\ & \quad \text{به صورت زیر فرموله می شود:} \end{aligned}$$

رابطه (۱) نشان دهنده خطای ردیابی و تابع هدف در مسأله مدنظر است. معادله دوم و چهارم به محدودیت وزن ارقام تشکیل دهنده صندوق و معادله سوم و پنجم به محدودیت عدد صحیح اشاره دارد. براساس محدودیت (۳) اگر در دارایی i سرمایه گذاری شود، مقدار Z_i برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر می شود. پارامتر k نشان دهنده تعداد سهامی است که سرمایه گذار مایل به سرمایه گذاری در آن است؛ بنابراین این محدودیت، سرمایه گذاری در k سهم از n سهم را تضمین می کند.

برای ارائه الگوی استوار، عدم قطعیت بازده مدنظر سهام منتخب و شاخص، به صورت یک بازه تغییرات خطی و حداکثر به میزان یک انحراف از استاندارد در نظر گرفته می شود. این بازه تغییرات چنین تعریف می شود:

$$\begin{aligned} U_r &= \{\tilde{r}_i \in (E(r_i) - \sigma_{r_i}, E(r_i) + \sigma_{r_i})\} \\ U_R &= \{\tilde{R} \in (E_R - \sigma_R, E_R + \sigma_R)\} \end{aligned} \quad (۶)$$

می کنند، رابطه (۹) و (۱۰) به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$(۱۱)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } y \\ \sum_{i=1}^n E_{ri}W_i - E_R + \max_{\{S \subseteq J, |S|=\Gamma\}} \left\langle \sum_{i \in S} \sigma_{ri}W_i + \sigma_R \right\rangle \leq y \end{aligned} \quad (۱۲)$$

$$\sum_{i=1}^n E_{ri}W_i - E_R - \max_{\{S \subseteq J, |S|=\Gamma\}} \left\langle \sum_{i \in S} \sigma_{ri}W_i + \sigma_R \right\rangle \geq -y$$

مسئله بیشینه سازی داخلی در رابطه (۱۱) و (۱۲)

به شکل خطی زیر بازنویسی می شود:

$$(۱۳)$$

$$\begin{aligned} \max_{\{S \subseteq J, |S|=\Gamma\}} \left\langle \sum_{i \in S} \sigma_{ri}W_i + \sigma_R \right\rangle \\ \xrightarrow{\text{yields}} \max \left\langle \sum_{i=1}^n \sigma_{ri}W_i \alpha_i + \sigma_R \alpha_0 \right\rangle \end{aligned}$$

$$\text{s. t.} \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i + \alpha_0 \leq \Gamma$$

$$\alpha_i, \alpha_0 \in \{0,1\}$$

الگوی کمینه سازی دوگان معادل بیشینه سازی فوق

عبارت است از:

$$(۱۴)$$

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n v_i + v_0 + \Gamma \lambda$$

Subject to:

$$\lambda + v_i \geq \sigma_{ri}W_i \quad \forall i$$

$$\lambda + v_0 \geq \sigma_R$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$\lambda \geq 0$$

در ادامه، الگوی کمینه سازی ۱۴ با الگوی

بیشینه سازی معادل آن در نامعادله (۱۱) و (۱۲)

جایگزین می شود. همچنین برای اعمال محدودیت عدد

صحیح یا به عبارتی اعمال عدم قطعیت روی حداکثر Γ

الگوی همتای استوار به دنبال جواب بهینه ای است

که با توجه به بازه تغییرات مد نظر برای پارامترهای

غیرقطعی الگو، بهترین جواب را در بدترین حالت

ممکن حاصل کند. نحوه تبدیل مسأله اسمی به نظیر

استوار به شکل زیر است:

$$(۷)$$

$$\text{Min}_w \text{Max}_{\tilde{r}_i \in U_r, \tilde{R} \in U_R} \left| \sum_{i=1}^n \tilde{r}_i W_i - \tilde{R} \right|$$

برای به دست آوردن الگوی پیشنهادی به شکل

کلاسیک خطی، یک متغیر کمکی $y \geq 0$ به عنوان حد

بالای انحراف تعریف می شود:

$$(۸)$$

$$\left| \sum_{i=1}^n \tilde{r}_i W_i - \tilde{R} \right| \leq y$$

$$(۹)$$

$$\begin{aligned} \text{if } \tilde{r}_i W_i \geq \tilde{R}: \left| \sum_{i=1}^n \tilde{r}_i W_i - \tilde{R} \right| \leq y \approx \sum_{i=1}^n E_{ri}W_i \\ + \sum_{i=1}^n \sigma_{ri}W_i - E_R + \sigma_R \leq y \end{aligned}$$

$$(۱۰)$$

$$\begin{aligned} \text{if } \tilde{r}_i W_i < \tilde{R}: \left| \sum_{i=1}^n \tilde{r}_i W_i - \tilde{R} \right| \leq y \approx \sum_{i=1}^n E_{ri}W_i \\ - \sum_{i=1}^n \sigma_{ri}W_i - E_R - \sigma_R \geq -y \end{aligned}$$

در ادامه J به عنوان مجموعه دربرگیرنده ضرایب

غیرقطعی (بازده مد نظر سهام انتخاب شده و شاخص

بورس) و S به عنوان زیرمجموعه ای از J با اندازه ای

برابر Γ نشان گذاری می شود؛ به عبارت دیگر Γ ، درجه

محافظه کاری و مؤید حداکثر تعداد متغیرهای غیرقطعی

الگو است. با توجه به اینکه حداکثر Γ تا از ضرایب

غیرقطعی مقادیری غیر از ارزش اسمی خود را اختیار

تاریخ ۹۱/۸/۱۰ مشخص و سری زمانی تعدیل شده قیمت آنها بر حسب افزایش سرمایه و سود نقدی در بازه ۸۹/۱/۷-۹۱/۸/۱۰ برای محاسبه بازده مدنظر صندوق شاخصی استفاده شد. بازه زمانی ۹۱/۸/۱۰-۹۲/۱/۵ برای ارزیابی عملکرد صندوق شاخصی در مقایسه با شاخص کل و به عنوان دوره آزمون (داده‌های خارج از نمونه) در نظر گرفته شد.

یافته‌ها

در این بخش برای سنجش عملکرد الگوی پیشنهادی، مسأله با اندازه‌های مختلف و تحت سناریوهای متفاوت از درجه محافظه کاری با نرم افزار Lingo12 حل و جواب‌های حاصل از آن مقایسه می‌شود. میزان سرمایه‌گذاری اولیه برای تشکیل صندوق شاخصی ۱۰ میلیون ریال و حد بالا و پایین میزان سرمایه‌گذاری در هر سهم به دلیل حفظ سطح تنوع صندوق در بازه [۰/۲-۰/۱] مفروض شد. برای بررسی رابطه بین تعداد سهام تشکیل دهنده صندوق شاخصی و معیارهای عملکردی آن، مسأله با اندازه‌های مختلف حل و بهترین صندوق‌های حاصل تحت سناریوهای مختلف از محدودیت عدد صحیح (k) مقایسه شد:

متغیر غیرقطعی انتخاب شده (بازده مدنظر سهام منتخب و شاخص) محدودیت زیر اضافه می‌شود:

$$v_i \leq z_i \quad \forall i \quad (15)$$

$$v_i \leq z_i \quad \forall i$$

در نهایت هم‌تای استوار مسأله پژوهش با درجه محافظه کاری کنترل‌شدنی به شکل زیر به دست می‌آید:

$$(16)$$

Min y

Subject to:

$$\sum_{i=1}^n E_{ri} w_i - E_R + \sum_{i=1}^n v_i + \Gamma \lambda + v_0 \leq y$$

$$\sum_{i=1}^n E_{ri} w_i - E_R - \sum_{i=1}^n v_i - \Gamma \lambda - v_0 \geq -y$$

$$\lambda + v_i \geq \sigma_{ri} w_i \quad \forall i$$

$$\lambda + v_0 \geq \sigma_R$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$v_i \leq z_i \quad \forall i$$

$$\lambda \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = k$$

$$LBz_i < w_i < UBz_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$z_i \in \{0, 1\}$$

یکی از معیارهای رایج فیلترینگ شرکت‌های

پذیرش شده در بورس اوراق بهادار برای تشکیل

صندوق شاخصی، ارزش بازار سهام آنها است [۸].

بدین منظور ۲۰ سهم دارای بیشترین ارزش بازار در

جدول (۱) تحلیل حساسیت شاخص‌های عملکردی تحت سناریوهای مختلف از محدودیت عدد صحیح

محدودیت عدد صحیح (K)	ضریب همبستگی (ρ)	ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)	متوسط بازده اضافی
۵	٪۴۱/۳۷	۰/۰۰۴۱	٪۰/۳۲
۱۰	٪۵۴/۲۱	۰/۰۰۲۰	٪۰/۱۱
۱۵	٪۷۳/۵۷	۰/۰۰۱۲	٪۰/۱۰
۲۰	٪۷۷/۸۸	۰/۰۰۰۸۶	٪۰/۰۲

توجه به اینکه سطح معناداری از سطح خطای ۰/۰۲۵ کمتر است، فرض صفر یعنی نبود رابطه بین تعداد سهام تشکیل‌دهنده صندوق و خطای ردیابی رد و بدین ترتیب فرضیه سوم پژوهش تأیید می‌شود. با توجه به وجود رابطه مثبت و مستقیم بین تعداد سهام صندوق و کیفیت ردیابی شاخص، تحلیل در خصوص اثرگذاری سایر معیارها، بر صندوق‌های ۲۰ سهمی معطوف می‌شود که بهترین عملکرد را داشته‌اند.

برای بررسی اثربخشی رویکرد استوار در فرایند بهینه‌سازی، حساسیت مقدار تابع هدف و معیارهای ردیابی شاخص با تغییر درجه محافظه کاری با استفاده از داده‌های خارج از نمونه (آزمون) تحلیل می‌شود. درجه محافظه کاری، تابعی از تعداد متغیرهای غیرقطعی الگو (بازده مدّ نظر سهام و شاخص) است که در صندوق‌های ۲۰ سهمی بین صفر تا ۲۱ متغیر خواهد بود؛ به عبارت دیگر درجه محافظه کاری برابر صفر نشان‌دهنده قطعی بودن همه متغیرها در الگو یا همان مسأله اسمی است و برابری آن با ۲۱ به معنای اعمال عدم قطعیت کامل در خصوص بازده مدّ نظر ۲۰ سهم تشکیل‌دهنده صندوق و بازده مدّ نظر شاخص بورس است.

همان‌طور که در جدول (۱) مشخص است، با افزایش تعداد دارایی‌های صندوق، معیارهای عملکردی بهبود می‌یابد. علت این موضوع، افزایش شباهت بین ترکیب صندوق و شاخص است که در نتیجه به افزایش ۳۶ درصدی ضریب همبستگی و بهبود دقت ردیابی تا ۱۰ برابر منجر می‌شود. دقت ردیابی برترین صندوق شاخصی تشکیل شده (۲۰ سهمی) مناسب است، به گونه‌ای که مقدار متناظر آن در پژوهش‌های مشابه بین ۰,۰۰۰۱ - ۰,۰۰۰۱ متغیر است [۱۷,۳,۲۴]. نکته در خور توجه در این میان، نرخ رشد نزولی معیارهای ذکر شده در نتیجه افزایش تعداد سهام است، به گونه‌ای که اختلاف بین ضریب همبستگی صندوق ۱۵ سهمی و ۲۰ سهمی صرفاً به حدود ۴ درصد می‌رسد. از این رو برقراری تعادل بین بهبود شاخص‌های عملکردی و هزینه‌های معاملاتی در نتیجه افزایش تعداد سهام صندوق شاخصی باید همواره مدّ نظر مدیران سرمایه‌گذاری قرار گیرد.

برای بررسی آماری رابطه بین تعداد سهام تشکیل‌دهنده صندوق و خطای ردیابی از ضریب همبستگی استفاده شد که مقدار آن برابر ۰/۹۳/۴۰- است و سطح معناداری آن ۰/۰۱۶۵ محاسبه شد. با

جدول (۲) تحلیل حساسیت تابع هدف نسبت به تغییرات Γ

میزان افزایش	مقدار تابع هدف	درجه محافظه کاری (Γ)
۰	۰/۰۰۰	۰
۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۲۸	۵
۰/۰۰۴۷	۰/۰۱۷۵	۱۰
۰/۰۰۴۶	۰/۰۲۲۹	۱۶
۰/۰۰۱۵	۰/۰۲۴۴	۲۱

می‌شود. نکته در خور توجه در جدول فوق، افزایش کندتر تابع هدف بازای Γ ‌های بالاتر است. این موضوع با نتایج سایر پژوهش‌های انجام شده از جمله مدرس و

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۲) روند افزایشی تابع هدف یا به عبارتی فاصله گرفتن آن از مقدار بهینه مسأله اسمی با افزایش Γ براحتی مشاهده

همکاران (۲۰۰۹) سازگار است [۱۷]. اگرچه افزایش میزان محافظه کاری و کاهش ریسک پذیری الگو به انحراف آن از مقدار بهینه مسأله اسمی منجر می شود؛ شاخص های عملکردی صندوق در دوره آزمون، مزیت ناشی از اعمال عدم قطعیت در الگو یا به عبارتی اثربخشی بهینه سازی استوار را تأکید می کند:

جدول (۳) تحلیل حساسیت شاخص های ردیابی نسبت به تغییرات Γ

متوسط بازده اضافی	ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)	ضریب همبستگی (ρ)	درجه محافظه کاری (Γ)
٪۰/۳۴	۰/۰۰۴۰۸	٪۴۲/۳۷	۰
٪۰/۱۱	۰/۰۰۱۳۵	٪۷۲/۲۱	۵
٪۰/۱۰	۰/۰۰۱۱۹	٪۷۵/۸۱	۱۰
٪۰/۰۲	۰/۰۰۰۸۶	٪۷۷/۸۸	۱۶
٪۰/۳۴	۰/۰۰۴۰۲	٪۴۴/۱۹	۲۱

همان طور که اشاره شد، اعمال عدم قطعیت در الگو به بهبود در خور توجه عملکرد صندوق و ردیابی شاخص توسط آن منجر شده است، به گونه ای که با افزایش مقدار Γ همبستگی بین بازده صندوق و شاخص بورس، افزایش و ریشه میانگین مربعات خطا (انحراف بازده صندوق از شاخص) کاهش یافته است. عموماً در نظر گرفتن عدم قطعیت - به معنای خوش بینانه نگاه کردن به مسأله - باعث غیر واقعی شدن یا انحراف بازده مد نظر صندوق نسبت به مقدار تحقق یافته آن در دوره آزمون می شود. همچنین نگرش بیش از حد بدبینانه به مسأله نیز باعث ازدست دادن فرصت های بسیار خواهد شد. نتایج حاصل از حل نظیر استوار مسأله پژوهش با درجه محافظه کاری تنظیم شدنی نیز مؤید این موضوع و با سایر پژوهش های مشابه از جمله چن و ون (۲۰۱۲)، قره خانی (۲۰۱۴) و برتسیماس و سیم (۲۰۰۴) سازگار است [۵،۴،۱۱]. همان طور که در جدول (۳) مشخص است، نگاه خوشبینانه به مسأله مبنی بر تحقق قطعی بازده مد نظر شاخص و صندوق به کاهش کیفیت ردیابی در دوره آزمون منجر شده است، به گونه ای که ضریب همبستگی در محدوده ۴۲ درصد قرار گرفته است. همچنین نگاه واقع گرایانه به مسأله و اعمال عدم قطعیت به بهبود در خور توجه شاخص های ردیابی منجر شده است. لحاظ نمودن عدم قطعیت برای ۱۶ متغیر از ۲۱ متغیر غیر قطعی الگو، باعث بهبود کیفیت ردیابی شاخص و دقت آن تا ۱۰ برابر و افزایش ضریب همبستگی تا حدود ۷۸ درصد شده است. همچنین دیدگاه بیش از حد بدبینانه مبنی بر اعمال عدم قطعیت در خصوص بازده مد نظر تمامی سهام منتخب و شاخص، به کاهش کیفیت ردیابی (ضریب همبستگی حدوداً ۴۴ درصد) در بازه زمانی حدوداً ۴ ماهه دوره ارزیابی منجر شد. برای آزمون معناداری اختلاف بین عملکرد سه صندوق شاخصی حاصل از حل مسأله اسمی و نظیر استوار آن از آزمون مقایسه زوج ها استفاده شد:

جدول (۴) تحلیل مقایسه ای صندوق های شاخصی استوار و غیر استوار بر اساس معیار همبستگی

اختلاف زوج ها		میانگین خطای استاندارد	فاصله اطمینان ۹۵٪ اختلاف		t	درجه آزادی	سطح معنی داری
میانگین	انحراف استاندارد		حد بالا	حد پایین			
۰/۳۴۷۸۳۳۳	۰/۰۴۶۷۲۵۷	۰/۰۲۶۹۷۷۱	۰/۴۶۳۹۰۶۴	۰/۲۳۱۷۶۰۲	۱۲/۸۹	۲	۰/۰۰۶

نتایج حاصل از پژوهش حنیفی (۲۰۰۹) سازگار است، برتری نسبی عملکرد صندوق‌های حاصل از حل مسأله نسبت به شاخص کل بورس در دوره ارزیابی است، به گونه‌ای که معیار متوسط بازده اضافی برای همه صندوق‌های تشکیل شده مثبت است [۱۳]. برای آزمون معناداری این اختلاف، سری زمانی بازده صندوق با ۱۶ متغیر غیرقطعی در مقابل بازده شاخص کل در دوره ارزیابی با آزمون مقایسه زوج‌ها بررسی شد:

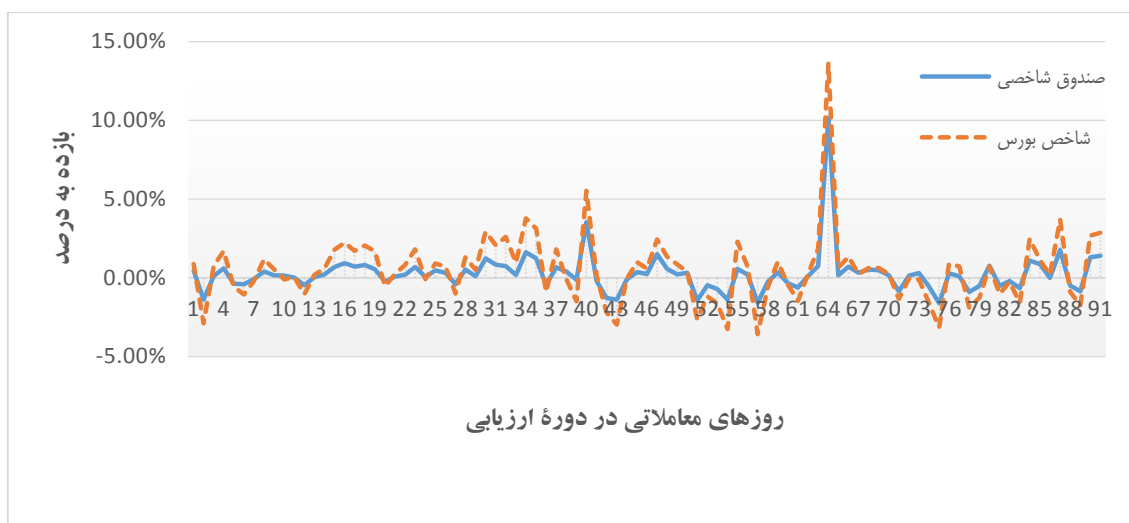
با توجه به کوچک‌تر بودن سطح معناداری دو دامنه ۰/۰۰۶ از سطح خطای ۰/۰۲۵، فرض صفر مبنی بر نبود اختلاف بین عملکرد صندوق‌های استوار و غیراستوار یا به عبارتی تأثیرگذار نبودن چارچوب بهینه‌سازی استوار رد می‌شود؛ به عبارت دیگر فرضیه اول پژوهش به لحاظ آماری تأیید می‌شود و با توجه به مثبت بودن میانگین اختلاف، عملکرد برتر صندوق‌های شاخصی استوار به اثبات می‌رسد. یکی دیگر از نکات حائز اهمیت که با

جدول (۵) تحلیل مقایسه‌ای سری زمانی بازده صندوق در مقابل شاخص در دوره ارزیابی

میانگین	انحراف استاندارد	اختلاف زوج‌ها			t	درجه آزادی	سطح معنی‌داری
		میانگین خطای استاندارد	فاصله اطمینان ۹۵ درصد اختلاف				
			حد پایین	حد بالا			
۰/۰۰۰۱۷۹۶	۰/۰۰۸۳۰۹۵	۰/۰۰۰۸۷۱۰	-۰/۰۰۱۵۵۰۸	۰/۰۰۱۹۱۰۱	۰/۲۰۶	۹۰	۰/۸۳۷

با توجه به شاخص‌های ارائه شده، صندوق تشکیل شده را با اعمال عدم قطعیت بر ۱۶ متغیر آن می‌توان صندوق شاخصی برتر ارزیابی کرد. برای درک بهتر موضوع، نمودار بازده صندوق برتر در مقابل شاخص بورس به شکل زیر ارائه می‌شود:

با توجه به بزرگ‌تر بودن سطح معناداری (۰/۸۳۷) حاصل از آزمون آماری نسبت به سطح خطای ۰/۰۲۵، فرض صفر رد نمی‌شود و با وجود متوسط بازده اضافی ۰/۰۲ درصدی صندوق ردیابی کننده نسبت به شاخص، این اختلاف معنادار نیست و در نتیجه فرضیه دوم پژوهش نیز تأیید می‌شود.



نمودار (۱) عملکرد صندوق شاخصی در مقابل شاخص کل بورس در دوره ارزیابی

به دلیل اثرپذیری کمتر آن در بازار، نزولی است که در نهایت به تحقق متوسط بازده مازاد ۰/۰۲ درصد منجر شده است. در ادامه ترکیب صندوق بهینه و اوزان متناظر آن بررسی می‌شود:

همان‌طور که مشخص است، رفتار مشابه شاخص به دلیل همبستگی بالا و نیز شدت تغییرات محدودتر در بازار نزولی از ویژگی‌های صندوق شاخصی پیشنهادی است. برآیند عملکرد بهتر صندوق نسبت به شاخص

جدول (۶) ترکیب صندوق شاخصی استوار بهینه و اوزان متناظر آن

وزن	گروه صنعتی	سهام
۲۰/۰۰٪	مخابرات	مخابرات ایران
۴/۱۶٪	فلزات اساسی	ملی صنایع مس ایران
۱/۰۰٪	محصولات شیمیایی	پتروشیمی مارون
۳/۱۹٪	فلزات اساسی	فولاد مبارکه اصفهان
۵/۰۴٪	شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی	سرمایه گذاری امید
۳/۴۵٪	شرکت‌های چندرشته‌ای صنعتی	سرمایه گذاری غدیر
۱/۳۷٪	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	بانک پاسارگاد
۳/۷۱٪	استخراج کانه‌های فلزی	معدنی و صنعتی گل گهر
۳/۹۹٪	استخراج کانه‌های فلزی	معدنی و صنعتی چادرملو
۲/۸۱٪	فلزات اساسی	فولاد خوزستان
۱/۰۰٪	محصولات شیمیایی	گسترش نفت و گاز پارسیان
۴/۴۳٪	محصولات شیمیایی	پتروشیمی پردیس
۴/۳۸٪	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	بانک ملت
۲۰/۰۰٪	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	بانک صادرات ایران
۴/۲۸٪	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	بانک پارسیان
۴/۸۸٪	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	بانک تجارت
۴/۱۳٪	بانک‌ها و مؤسسات اعتباری	بانک اقتصاد نوین
۴/۶۰٪	محصولات شیمیایی	پالایش نفت اصفهان
۱/۰۰٪	محصولات شیمیایی	پتروشیمی زاگرس
۲/۵۷٪	محصولات شیمیایی	پتروشیمی بندر عباس
۱/۰۰	جمع کل	

انتخاب می‌شوند. این مهم در جدول (۶) به‌وضوح دیده می‌شود.

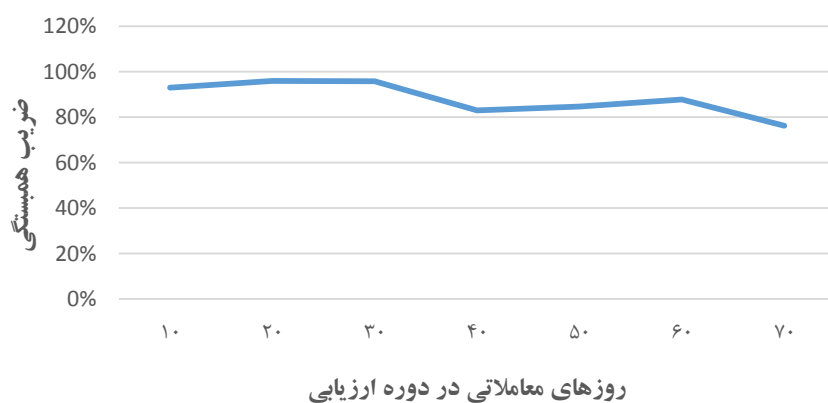
براساس طبقه‌بندی انجام‌شده در جدول (۶) گروه‌های صنعتی بانک‌ها و مؤسسات اعتباری، مخابرات و محصولات شیمیایی به ترتیب با ۳۹/۰۴ درصد، ۲۰ درصد و ۱۴/۶ درصد بیشترین سهم از ترکیب صندوق را به خود اختصاص داده‌اند و در رده بعدی، صنایعی چون فلزات اساسی و استخراج کانه‌های

به‌طور کلی استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی دقیق برای حل مسأله اسمی و تعیین وزن ارقام تشکیل‌دهنده سبد سرمایه‌گذاری به تخصیص منابع در سقف و کف تعیین‌شده به هر دارایی منجر می‌شود، در حالی که اعمال عدم قطعیت در الگو، به توزیع وزن بین دارایی‌ها منجر می‌شود و همین امر دلیل اصلی عملکرد بهتر صندوق‌های شاخصی استوار نسبت به سایر صندوق‌هایی است که در نتیجه حل مسأله اسمی

فلزی قرار دارد. به این ترتیب می توان نتیجه گرفت گروه صنعتی بانکی و مخابرات، بیشترین تأثیر را در شاخص در بازه زمانی پژوهش دارند.

بخشی جدایی ناپذیر در فرایند ردیابی شاخص، بروزرسانی ترکیب صندوق به صورت منظم و در فواصل زمانی نسبتاً مشخص است. تعیین فواصل زمانی مدنظر، امری غیرقطعی است و آن را باید تحلیل گر و با توجه به رویدادهای بازار اوراق بهادار مشخص کند. براساس دیدگاه بیزلی (۲۰۰۳) این فاصله زمانی باید

کمتر از ۶ ماه باشد [۳]. البته این زمان تعیین شده با بورس های پیشرفته ای سازگار است که تلاطم کمتری دارد؛ بنابراین، این فاصله زمانی برای بورس اوراق بهادار تهران کوتاه تر تصور می شود. با توجه به نتایج پژوهش، تا حدود ۴ ماه پس از تشکیل صندوق، ردیابی شاخص با دقت بالایی انجام شده و ضریب همبستگی در این بازه زمانی برابر ۷۷/۸۸ درصد محاسبه شده است. برای مطالعه دقیق تر، تغییرات ضریب همبستگی صندوق پیشنهادی در دوره ارزیابی بررسی می شود:



نمودار (۲) تغییرات ضریب همبستگی بین بازده صندوق و شاخص

با توجه به نمودار فوق، در صورتی که حد آستانه فرضی ۸۰ درصد به عنوان ضریب همبستگی مطلوب تعیین شود، بعد از گذشت حدود ۳ ماه (۷۰ روز معاملاتی) تعدیل ترکیب صندوق لازم خواهد بود.

نتیجه گیری

در این پژوهش، ضمن ارائه الگویی برای ردیابی شاخص کل بورس تهران مبتنی بر کمینه سازی قدرمطلق انحراف بین بازده مدنظر صندوق و شاخص، از بهینه سازی استوار برای اعمال عدم قطعیت استفاده شد. این الگو مزایای منحصر به فردی از جمله امکان فرمول بندی نظیر استوار به صورت خطی، کاهش

پیچیدگی با به کارگیری مفهوم دوگان و امکان حل آن با استفاده از نرم افزارهای استاندارد بهینه سازی دارد. برای بررسی کارایی الگوی پیشنهادی از داده های واقعی بورس تهران در بازه زمانی ۸۹/۱/۷-۹۲/۱/۵ و معیارهای ارزیابی کیفیت ردیابی چون ضریب همبستگی، ریشه میانگین مربع خطا و متوسط بازده اضافی نسبت به شاخص بهره گرفته شد. تشکیل صندوق شاخصی در این پژوهش به صورت یک فرایند سه مرحله ای شامل ۱. انتخاب سهام، ۲. تعیین وزن بهینه آن و ۳. بروزرسانی ترکیب صندوق با هدف حفظ کیفیت و دقت ردیابی در نظر گرفته شد.

دقت ده هزارم و ضریب همبستگی در حدود ۸۰ درصد نشان می‌دهد ترکیب بهینه برای صندوق شاخصی در بورس تهران نیز با نتایج سایر پژوهش‌های مشابه و متشکل از ۲۰ دارایی سازگار است.

گام بعدی برای تشکیل صندوق شاخصی، تعیین وزن بهینه سهام با حل الگو است. با توجه به اینکه جنبه نوآوری این پژوهش، اعمال عدم قطعیت در الگو و استوار کردن صندوق شاخصی نسبت به انحراف در بازده مدنظر سهام تشکیل‌دهنده آن و شاخص است؛ تحلیل مقایسه‌ای بین عملکرد صندوق‌های تشکیل شده ناشی از حل مسئله اسمی و صندوق‌های استوار مدنظر قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیل‌های آماری نشان داد اختلاف بین شاخص‌های عملکردی این صندوق‌ها، معنی‌دار است. از این رو استفاده از بهینه‌سازی استوار در فرایند تشکیل صندوق‌های شاخصی باید مدنظر مدیران سرمایه‌گذاری قرار گیرد.

تعیین درجه محافظه‌کاری / استواری صندوق یکی دیگر از مسائل کلیدی است. در این راستا نتایج حاصل از تحلیل حساسیت معیارهای ردیابی نشان داد صندوق‌های با درجه محافظه‌کاری متوسط که برای صندوق ۲۰ سهمی این پژوهش به مفهوم اعمال عدم قطعیت درباره بازده مدنظر ۱۵ سهم و شاخص بورس است، به بهبود عملکرد منجر می‌شود، به گونه‌ای که ضریب همبستگی بین بازده آن و شاخص از ۴۲ درصد به حدود ۷۸ درصد افزایش یافت؛ بنابراین یکی از نتایج اجرایی، بهره‌گیری از سطوح متوسط از درجه محافظه‌کاری بر حسب تعداد پارامترهای غیرقطعی الگو و به نسبت به دست آمده در این پژوهش است.

معیار تعدیل ترکیب صندوق به‌عنوان گام نهایی در این پژوهش، تحقق همبستگی بالای ۸۰ درصد مفروض شد و براساس نتایج به دست آمده، سپری شدن حدود ۳

براساس نظریه مدرن سبد سرمایه‌گذاری، با اضافه‌شدن سهم ۲۰م به ترکیب یک صندوق سرمایه‌گذاری، به سطح تقریباً بهینه در متنوع‌سازی می‌توان دست یافت. در این راستا پژوهش‌تون و گرویر (۱۹۷۷) نیز که با موضوع مزایای ناشی از متنوع‌سازی بر ۳۲۹۰ سهم برای تشکیل یک صندوق سرمایه‌گذاری انجام شد، نشان می‌دهد انتخاب تصادفی ۲۰ سهم با وزن برابر به کاهش ریسک صندوق به محدوده ۲۰ درصد و در صورت انتخاب مابقی سهام و اضافه‌شدن آنها به ترکیب، صرفاً ۰/۸ درصد کاهش ریسک محقق منجر می‌شود [۷]. بدین ترتیب انتخاب حداکثر ۲۰ سهم برای تشکیل صندوق شاخصی مبنای تجزیه و تحلیل قرار گرفت. با توجه به اینکه ارزش بازار یکی از رایج‌ترین معیارهای فیلترینگ برای تعیین سهام شاخص‌ساز است [۲] در این پژوهش نیز مسئله انتخاب سهام برای تشکیل صندوق شاخصی بر فضای جواب محدود و متشکل از ۲۰ سهم دارای بیشترین ارزش بازار متمرکز و بدین ترتیب امکان حل مسئله با استفاده از نرم‌افزار Lingo و دستیابی به جواب بهینه کلی میسر شد. این در حالی است که حل مسئله در ابعاد بزرگ، نیازمند بهره‌گیری از الگوریتم‌های فراابتکاری برای جستجوی اثربخش فضای جواب است. یکی از نکات حائز اهمیت در مرحله انتخاب سهام، تعیین تعداد دارایی‌های تشکیل‌دهنده صندوق است. بدین منظور مسئله پژوهش تحت سناریوهای متفاوت از محدودیت عدد صحیح حل شد و در نهایت با توجه به آزمون آماری انجام‌شده، رابطه مثبت و مستقیم بین تعداد سهام تشکیل‌دهنده صندوق و عملکرد آن در ردیابی شاخص تأیید شد. معیارهای عملکردی صندوق شاخصی ۲۰ سهمی با درجه محافظه‌کاری متوسط شامل بازده اضافی ۰/۰۲ درصدی، ردیابی با

- exchange index. *Accounting & Auditing Research*. 4(13): 20-43.
- [3] Beasley, J.E, Meade, N., & Chang, T.J. (2003). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research*. 148: 621-643.
- [4] Bertsimas, D., Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*. 35-53.
- [5] Chen, C., Kwon, R.H. (2012). Robust portfolio selection for index tracking. *Computers & Operations Research*. 39: 829-837.
- [6] Coleman, T., Y. Li, J. H. (2006). Minimizing tracking error while restricting the number of assets. *Journal of Risk*. 8: 33-56.
- [7] Elton, E.J., Gruber, M.J. (1977). Risk reduction and portfolio size: An analytical solution. *Journal of Business*. 50: 415-437.
- [8] Fallahshams, M., Amiri, M., Bahrololoum, M.M., & Gharahkhani, M. (2015), A model for core-satellite investment in Tehran stock exchange using the hybrid approach of exact and heuristic algorithms, *Journal of Investment Knowledge*. Accepted paper. Be printed in No.15, autumn.
- [9] Gaivoronski A.A, Krylov, S., & Van der Wijst, N. (2005). Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking. *European Journal of Operational Research*. 163(1): 115-31.
- [10] Gharahkhani, M., Sadjadi, S.J., & Safari, A. (2013). Portfolio robust optimization using CAPM approach. *Operation & Production Management*. 8(6): No.1. 61-68.
- [11] Gharahkhani, M., Fazlelahi, F.Z., & Sadjadi, S.J. (2014). A robust optimization approach for index tracking problem. *Journal of Computer Science*. 10: 2450-2463.
- [12] Gilli, M., K'ellezi, E. (2001). Threshold accepting for index tracking. *Working paper available from the first author at department of econometrics, University of Geneva, 1211 Geneva 4. Switzerland*.
- [13] Hanifi, R., Bahrololoum, M.M., & Javadi, B. (2009). Design and comparative analysis of heuristic algorithms to implement index investing in Tehran stock exchange. *Management Vision*. 8(32): 89-108.
- [14] Jansen, R., Dijk, R.V. (2002). Optimal benchmark tracking with small portfolios.

ماه از زمان تشکیل صندوق، دوره پیشنهادی برای بروزرسانی ترکیب آن در بورس تهران قلمداد می شود. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش، دستیابی به حداقل خطای ردیابی و یا به عبارتی بهره گیری از یک استراتژی کم ریسک، معیار مناسبی برای سرمایه گذاران غیرمتخصص است؛ بنابراین به آنها پیشنهاد می شود یک موضع معاملاتی شاخصی را اتخاذ کنند. در مقابل، سرمایه گذاران نهادی باید این معیار را به عنوان یک پایه مدنظر قرار دهند و برای دستیابی به بازده اضافی نسبت به شاخص با تشکیل سبد هسته- پیرو^۱ برنامه ریزی کنند. با توجه به محدودیت های این پژوهش شامل: ۱. لحاظ نکردن هزینه های معاملاتی در الگو، ۲. امکان فروش نداشتن استقرای سهام، ۳. پراکنش بازده از مقدار مدنظر حداکثر به میزان یک انحراف از استاندارد، ۴. فرض همبستگی صفر بین بازده مدنظر سهام تشکیل دهنده صندوق و نرمال بودن توزیع بازده دارایی ها، پیشنهاد می شود توسعه الگو از جنبه تمامی محدودیت هایی انجام شود که پژوهشگران به آنها اشاره کردند.

با توجه به نبود ابزارهای پوشش ریسک نظام مند در بازار سرمایه ایران، امکان سنجی طراحی قراردادهای آینده بر واحدهای سرمایه گذاری صندوق های شاخصی از ابعاد فقهی و قیمت گذاری، موضوعی جذاب برای پژوهش های آینده است.

منابع

- [1] Andrews, C., Ford, D., & McIlkinson, K. (1986). The design of index funds and alternative methods of replication. *The Investment Analyst*. 82: 16-23.
- [2] Bahrololoum, M.M, Tehrani, R., & Hanifi, R. (2012). Designing of a heuristic algorithm for the optimal tracker fund selection: The case of Tehran stock

- [20] Rohweder, H.C. (1998). Implementing stock selection ideas: Does tracking error optimization do any good? *Journal of Portfolio Management*. 24(3): 49–59.
- [21] Rudolf, M., Wolter, H.J., & Zimmermann, H. (1999). A linear model for tracking error minimization. *Journal of Banking & Finance*. 23(1): 85–103.
- [22] Schoenfeld, A. (2004). *Active index investing*. Hoboken, N.C: John Wiley and Sons Inc.
- [23] Seifi, A. Hanafizadeh, P., & Navabi, H.R. (2004). Robust integrated model in single period stock selection problem. *Financial Research*. 17: 71-96.
- [24] Soyster, A.L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*. 21(5): 1154-1157.
- [25] Torrubiano, R., Suarez, A. (2008). A hybrid optimization approach to index tracking. *Operational Research*. DOI 10.1007/s10479-008-0404-4: 1-15.
- Journal of Portfolio Management*. 28: 33–39.
- [15] Konno, H., Wijayanayake, A. (2001). Minimal cost index tracking under nonlinear transaction costs and minimal transaction unit constraints. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. 4(6): 939–58.
- [16] Meade, N., Salkin, G. (1990). Developing and maintaining an equity index fund. *Journal of the Operational Research Society*. 41(7): 599–607.
- [17] Modarres Y, M., Hasanzade M, M. (2009). Robust optimization of a portfolio including option, *Sharif Management & Industrial Engineering*. 1-27(1): 93-102.
- [18] Rafaely, B., Bennell, J. (2006). Optimization of FTSE 100 tracker funds: A comparison of genetic algorithms and quadratic programming. *Managerial Finance*. 32(6): 477-492.
- [19] Roll, R. (1992). A mean/variance analysis of tracking error. *Journal of Portfolio Management*. 18: 13–22.