

## طراحی الگوی جدید ارزش گذاری قراردادهای مالی بر مبنای ارزیابی ریسک سرمایه گذاری

کیوان محمودی آذر<sup>۱\*</sup>، علی محمد کیمیاگری<sup>۲</sup>

۱- کارشناس ارشد مهندسی مالی گروه مدیریت مهندسی دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

k.mahmoudiazar@aut.ac.ir

۲- دانشیار گروه مدیریت مهندسی دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌های مدیریت دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران.

kimiagar@aut.ac.ir

### چکیده

در این پژوهش برای ارزش گذاری قراردادهای مالی با استفاده از نرخ‌های سود تضمینی و مشارکتی، الگویی جدید ارائه شده است. در الگوهای کلاسیک، ارزش گذاری این قراردادها با استفاده از حاصل جمع تبدیل درآمدها و سودهای آینده با یک نرخ تضمینی حداقل، مانند نرخ سود بدون ریسک تعیین می‌شود؛ اما الگوی پیشنهادی، ارزش این قراردادها را با استفاده از دو نرخ تضمینی و مشارکتی و اعمال ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار و ریسک سرمایه‌گذاری تبیین می‌کند. در این الگو ابتدا سبد سرمایه‌گذاری برای کمی‌سازی تمامی گزینه‌های سرمایه‌گذاری بازار که شامل سپرده بانکی، اوراق مشارکت و سهام است، با اعمال ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار تشکیل می‌شود. در مرحله بعد، ارزش در معرض خطر مشروط به عنوان سنجش گر ریسک سرمایه‌گذاری تعیین می‌شود تا با استفاده از آن نرخ‌های تضمینی و مشارکتی، محاسبه و ارزشی منصفانه برای قرارداد پیش‌بینی شود. برای اثبات صحت الگو، اجرا و اعتبارسنجی آن برای دو بازار سرمایه ایران و ایالات متحده آمریکا انجام می‌گیرد که داده‌های مورد استفاده برای ارزش‌های منصفانه قراردادهای مالی این دو بازار، نرخ‌های سود بانکی سالیانه، اوراق مشارکت و شاخص بورس اوراق بهادار از سال ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۱ در ایران و ۱۹۸۰ تا ۲۰۱۲ در ایالات متحده آمریکا هستند.

**واژه‌های کلیدی:** ارزش گذاری، ریسک، ارزش در معرض خطر مشروط، نرخ سود تضمینی، نرخ سود مشارکتی.

## مقدمه

توانایی مؤسسه در زمینه تخصصی خود یعنی سرمایه گذاری است.

ارزش گذاری با استفاده از ارزیابی ریسک و بازده از جمله ابتدایی ترین موضوعات دانش سرمایه گذاری است که افزایش روزافزون گزینه های سرمایه گذاری باعث اهمیت زیاد آن شده است؛ به علاوه ارزش گذاری دقیق باعث جذب سرمایه مناسب می شود و گزینه های نامطلوب را در بازار حذف می کند؛ بنابراین، ارائه روش های جدید و قدرتمند علمی را برای ارزش گذاری قراردادهای موجود در بازار سرمایه، نوعی کمک به اقتصاد می توان قلمداد کرد. در این پژوهش روشی نوین برای ارزش گذاری قراردادهای سرمایه گذاری ارائه می شود که برای مؤسسات مالی و سرمایه گذاری، جنبه پوشش ریسک دارد و از منطق ارزش گذاری منصفانه پیروی می کند، بدین ترتیب که در زمان عقد قرارداد، مؤسسه مالی در ازای دریافت مبلغ اولیه، نرخ سودی را در سررسید تضمین می کند و اگر ارزشی بیش از آن در سررسید تحقق یابد، ضریبی از آن را به صورت نرخ مشارکتی<sup>۴</sup> به مشتری ارائه خواهد داد [۳]. نرخ تضمینی<sup>۵</sup> پوشش گر ریسک سرمایه گذار و نرخ مشارکتی، پوشش گر ریسک مؤسسه مالی هستند که نحوه تعیین آن ها محور الگوی پیشنهادی است.

مباحث مربوط به نرخ های تضمینی و مشارکتی در سرمایه گذاری و نحوه محاسبه آن به یکی از مباحث ارزش گذاری قراردادهای مالی جدید خصوصاً قراردادهای بیمه ای تبدیل شده است [۴]؛ بنابراین، هدف اصلی این پژوهش را ارزش گذاری منصفانه یک قرارداد مالی با استفاده از نرخ تضمینی و مشارکتی می توان دانست که خود ناشی از تغییرات و تحولات

بررسی و مطالعه نظام های توسعه یافته جهانی، این موضوع را بیش از پیش نمایان می کند که یک سیستم اجتماعی و فرهنگی بدون وجود یک نظام مالی و اقتصادی قدرتمند، به حیات خود نمی تواند ادامه دهد. وجود ابزارهای متنوع و روش های علمی جدید در این نظام برای مواردی مانند تأمین مالی، سرمایه گذاری و حتی مدیریت ریسک، امری ضروری است [۱]. با در نظر گرفتن این مطلب، نظام مالی ایران که جزء نظام های در حال توسعه قرار می گیرد، به دلیل شرایط و مسائل شرعی حاکم، محدودیت های جدی در تعریف قراردادهای مالی و به کارگیری روش های جدید دارد. مؤسسات مالی در ایران نه تنها در راستای توسعه علمی قراردادها و ارزش گذاری آن ها اقدامی انجام نمی دهند؛ بلکه به دلیل موضوعاتی مانند شرایط دستوری، تصمیمات دولتی فقط به نهادی وابسته تبدیل شده اند.

قراردادهای مالی سرمایه گذاری مانند سپرده های سرمایه گذاری بانکی<sup>۱</sup>، بیمه های عمر<sup>۲</sup> و اوراق صندوق های سرمایه گذاری مشترک<sup>۳</sup> در واقع نوعی پرداخت سرمایه اولیه به مؤسسات مالی از طرف مشتری است که توانایی مدیریت سرمایه گذاری تخصصی را ندارد و با انتخاب مؤسسه مالی به عنوان مدیر سرمایه گذاری خود، به عقد یک قرارداد مالی سرمایه گذاری اقدام می کند [۲]. آنچه به طور معمول، مشتری را به سمت عقد این قراردادها می کشاند، نرخ بازده حاصل از این سرمایه گذاری است که مؤسسات مالی با توجه به شرایط بازار برای آن ها پیش بینی می کنند؛ موضوعی علمی که صحت آن نشان دهنده

4. Participation rate  
5. Guaranteed rate

1. Certificate of Deposit  
2. Life insurance contracts  
3. Mutual fund contract

ارزشی بخش های مختلف بازار است که بر اساس قرارداد در آن ها سرمایه گذاری شده است.

### مبانی نظری

در قراردادهای سرمایه گذاری، مشتری زمان عقد قرارداد با پرداخت حق قرارداد و انتخاب نحوه سرمایه گذاری از لحاظ سطح ریسک گریزی خود از مؤسسه مالی تعهد می گیرد که در زمان سررسید قرارداد، دو نرخ را به صورت تضمینی و مشارکتی دریافت کند. مؤسسه مالی، این دو نرخ را از سرمایه گذاری حق قرارداد اولیه در بازار سرمایه و تحلیل ریسک آن به دست خواهد آورد. به دلیل آنکه ارزش آینده این نوع قراردادها از ارزش سرمایه گذاری به دست می آید، ارزش گذاری آن ها نباید به ایجاد فرصت منفعت طلبانه در بازار منجر شود؛ بدین صورت که ارزش آینده قرارداد، تفاوت در خور توجهی با ارزش سرمایه گذاری داشته باشد و باعث سود یک طرفه برای مؤسسه مالی یا سرمایه گذار شود و طرف مقابل، زیان آن را متحمل شود [۵].

مقاله ها و پژوهش ها در زمینه ارزش گذاری قراردادهای مالی بر مبنای نرخ های تضمینی و مشارکتی محدود هستند. این پژوهش نیز بر پایه مطالعه قراردادهای بیمه عمر (سرمایه گذاری زندگی) شکل گرفته و در آن برای اولین بار به دیگر ابزارهای مالی تعمیم یافته است؛ بنابراین پژوهش های ذکر شده در پیشینه پژوهش، بسیار محدود و بیشتر در حوزه بیمه دسته بندی می شوند.

با بررسی مبانی نظری و تکنیک های اجرایی داخلی می توان نتیجه گرفت که لحاظ نشدن مؤسسات مالی در قالب یک شرکت سرمایه گذاری انتفاعی و استقلال آن ها در ایجاد قراردادهای جدید به عنوان ابزارهای

مالی، نوعی سهل انگاری و بی توجهی به دانش مالی است؛ برای مثال در صنعت بیمه، طالب نیا و همکارانش در پژوهش خود با بررسی متغیرهای کلان اقتصادی بر بیمه و میزان تأثیرات آن ها که پژوهشی بنیادین است، نشان دادند ساختار قراردادهای بیمه از بازار سرمایه مستقل نیست و تصمیم گیری در این حوزه را با نداشتن شناخت صحیح بازار سرمایه و شرکت بیمه به عنوان یک بنگاه اقتصادی نمی توان انجام داد [۶]. همچنین استفاده از روش های آماری و توزیع پرسشنامه بین مدیران بیمه برای تعیین میزان ارتباط بین قراردادهای بیمه عمر و نرخ سود بانکی را تلاشی بدون هدف ولی مؤثر در توجیه ماهیت سرمایه گذاری بودن قراردادهای بیمه می توان دانست که می تواند شامل سرمایه گذاری در سپرده بانکی باشد. در مقاله مد نظر، نویسنده بیشتر از آنکه قرارداد بیمه را به عنوان نوعی سرمایه گذاری تحلیل کند، در جهت نامعمول با نظرسنجی از مدیران بیمه، نظریه خود یعنی ارتباط مثبت بین ارزش قرارداد بیمه عمر با نرخ سود بانکی را توجیه کرده است [۷].

دو پژوهش فوق اگرچه به صورت مطلق، صنعت بیمه را بررسی می کنند، به محور اصلی این پژوهش، یعنی نداشتن فرصت منفعت طلبانه در ارزش گذاری قراردادهای مالی توجه دارند.

ادبیات خارجی را در مقایسه با پژوهش های داخلی بسیار غنی تر می توان دانست. ورود به ادبیات خارجی با محاسبات ریاضی گسترده، معادلات تصادفی پیچیده و قیمت گذاری در شرایط خنثی نسبت به ریسک همراه است. البته هر کدام از موارد بالا را منطقی و مبتنی بر اصول درست مالی می توان در نظر گرفت؛ به گونه ای که کاربرد معادلات تصادفی، برای تولید الگوریتم شبیه سازی برای باز تولید شاخص های اقتصاد در جهت پیش بینی آن ها است و ریاضیات برای تعیین نحوه

تعمیم قیمت گذاری قراردادهای اختیار آسیایی نیز استفاده کردند [۱۳].

در ادامه، باربارین و دوولدر<sup>۹</sup> ارزش یک سرمایه گذاری زندگی را با استفاده از ارزش دارایی تضمین شده و استفاده از قیمت گذاری قراردادهای اختیار خرید اروپایی<sup>۱۰</sup> ارزیابی کردند. آن‌ها الگوی پیشنهادی خود را در شرایط بازار متعادل اتریش ارائه کردند و نتایج مناسبی برای ارزش قراردادهای سرمایه گذاری زندگی به دست آوردند. در الگوی پیشنهادی آن‌ها از ریسک مرگ و میر صرف نظر شده است و همین امر آن را به قراردادهای مالی سرمایه گذاری بسیار شبیه کرده است [۱۴]. در نهایت، استفان گراف<sup>۱۱</sup> و همکاران برای قیمت گذاری قراردادهای سرمایه گذاری زندگی، رویکردهای مدیریت ریسک و ارزش گذاری منصفانه را ترکیب کردند. در روش پیشنهادی آن‌ها، مؤسسه مالی، نرخ سود مشخص و ثابتی را در ازای حق اولیه قرارداد تضمین می کند و اگر عملکرد سرمایه گذاری مؤسسه مالی بهتر باشد، سود مازادی به عنوان مشارکت که براساس ارزش قرارداد اختیار خرید اروپایی تعیین می شود، پرداخت می کند [۴].

### روش پژوهش

در این مقاله قرارداد مالی سرمایه گذاری بدین صورت تعریف می شود که مؤسسه مالی در ازای دریافت یک واحد پولی در زمان صفر از مشتری، تحت عنوان حق قرارداد، سرمایه گذاری را به مدت زمان حداکثر ده سال تعهد می کند، به صورتی که فرد در زمان سررسید اسمی<sup>۱۲</sup> قرارداد، ارزش حاصل از

حرکت سبدهای سرمایه گذاری حاصل از این شاخص ها به کار می رود [۵]. در مقالات آرتزner<sup>۱</sup> و همکاران و همچنین ریچموند<sup>۲</sup> برای اولین بار مسائلی در زمینه محاسبه ارزش مازاد بر میزان ارزش تضمینی ارائه شد؛ مسائلی مانند شبیه سازی شرایط آینده با استفاده از توزیع های تصادفی که در محاسبات آماره هایی مهم مانند سنجش گره های ریسک و قیمت گذاری قراردادهای اختیار خرید کمک شایانی کردند [۸] و [۹]. پژوهش نلسن<sup>۳</sup> و همکاران از نخستین پژوهش هایی است که قراردادهای بیمه عمر مرتبط با دارایی را بررسی کرده است. این پژوهش براساس الگوی تصادفی از نرخ بهره است که بر مبنای پژوهش های برنان و شوارتز<sup>۴</sup> و همچنین باسینلو و ارتو<sup>۵</sup> انجام شده است. نتایج این پژوهش نشان داد در یک اقتصاد پیشرفته با ساختاری تصادفی از نرخ بهره، ارزش منصفانه بیمه برابر با ارزش یک قرارداد اختیار خرید آسیایی<sup>۶</sup> است [۱۰]. البته در این پژوهش، پاسخ درستی برای ساختار تولید شده ارائه نشده است و حل الگو با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو با تکنیک کاهش واریانس انجام گرفته است [۱۱] و [۱۲].

در پژوهش سچارجر و پلسر<sup>۸</sup> روشی جدید با محور شرایط تصادفی نرخ بهره برای تعیین ارزش تضمینی قرارداد مالی بیمه بیان شد. الگوی پیشنهادی آن‌ها برای ثبات پیش بینی ارزش تضمینی در سررسیدهای بالا که به طور معمول باعث افزایش خطا می شود، از توانایی زیادی برخوردار بود. همچنین آن‌ها از روش خود برای

9. Barbarin & Devolder  
10. European call-option  
11. Graf  
12. Maturity date

1. Artzner  
2. Richmond  
3. Nielsen  
4. Life insurance contract-asset linked  
5. Bernnan & Schartez  
6. Bacinello & Ortu  
7. Asian call-option  
8. Schragger & Pelsser

الگوسازی تمامی فرصت‌های قابل دستیابی سرمایه گذاری بازار برای مؤسسه مالی هم در بازه کوتاه مدت و هم بلندمدت می‌توان دانست. ارزش سبد سرمایه گذاری تشکیل شده مؤسسه با توجه به الگوی CBS از ترکیب موزون خطی از این سه گزینه به دست می‌آید:

$$VP_0 = VC_0 + VB_0 + VS_0 \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$VP_0 = 1 \quad \text{رابطه (۲)}$$

که در آن  $VP_t$  نشان دهنده ارزش سبد سرمایه گذاری گذار،  $VC_t$  ارزش مقدار پول نقد که در بانک سرمایه گذاری شده است،  $VB_t$  ارزش اوراق قرضه و  $VS_t$  ارزش مقدار سهام مؤسسه در زمان  $t \in [0, T]$  است. فرضیه‌های ساخت سبد سرمایه گذاری مورد استفاده در الگو:

- مقدار سرمایه اولیه برای سرمایه گذاری یا همان حق قرارداد مالی، یک واحد پولی در نظر گرفته می‌شود.

- فرصت منفعت طلبانه در بازار وجود ندارد.  
- سبد سرمایه گذاری هر فرد، یک سبد سرمایه گذاری خودتأمین<sup>۲</sup> است؛ به این معنی که تا اتمام سررسید، پولی به آن وارد و از آن خارج نمی‌شود و مازاد سرمایه کسب شده از هر دوره بر دوره بعد با توجه به وزن های سبد سرمایه گذاری اختصاص می‌یابد. همچنین نحوه ترکیب سبد سرمایه گذاری با توجه به ریسک‌گریزی سرمایه گذار از میان یکی از وزن‌های مرز کارای الگوی بهینه‌سازی مارکوویتز<sup>۳</sup> انتخاب می‌شود.

سرمایه گذاری خود را در قالب نرخ‌های تضمینی و مشارکتی دریافت می‌کند. نحوه ترکیب سبد سرمایه گذاری به انتخاب فرد است. همچنین مؤسسه مالی باید در زمان عقد قرارداد، دو نرخ تضمینی و مشارکتی به مشتری ارائه کند که نرخ تضمینی، تعیین کننده ارزش میزان تضمینی در سررسید است و نرخ مشارکتی، نشان دهنده ضریب تعلق ارزش مازاد سرمایه گذاری وی از ارزش تضمینی است.  
در این پژوهش به طور خلاصه، مراحل زیر دنبال خواهد شد:

۱- تبدیل بازار سرمایه ایران به گزینه‌های سرمایه گذاری و تشکیل سبد سرمایه گذاری حاصل از حق قرارداد؛

۲- تعیین ارزش سنجش گر ریسک پیشنهادی یعنی ارزش در معرض خطر مشروط<sup>۱</sup> در سررسید اسمی؛

۳- محاسبه نرخ بازده تضمینی با توجه به ارزش سنجش گر ریسک در زمان سررسید؛

۴- محاسبه نرخ مشارکتی در صورت تحقق سود مازاد بر ارزش تضمینی با استفاده از ارزش قراردادهای اختیار؛

۵- ارزش گذاری قراردادهای مالی در بازار سرمایه ایران با استفاده از الگوی پیشنهادی و اعتبارسنجی آن.

## ساختار الگو

مؤسسه مالی به عنوان مدیر سرمایه گذاری مشتری از الگوی سرمایه گذاری CBS استفاده می‌کند که در آن، C نشان دهنده سهم سرمایه گذاری شده در بانک، B نشان دهنده سهم سرمایه گذاری شده در اوراق قرضه و S نشان دهنده سهم سرمایه گذاری شده در سهام است [۴]. دلیل استفاده از این نوع سرمایه گذاری را توانایی

2. Self-financed  
3. Markowitz optimization model

1. Conditional value at risk

مشتری است. براساس الگو، مؤسسه مالی، ارزش سررسید را در قالب ارزش تضمینی حاصل از نرخ تضمینی و ارزش مشارکتی که از نرخ مشارکتی به دست می آید، به فرد سرمایه گذار پرداخت می کند که به صورت زیر تعریف می شود:

$$VP_T = L(T) \quad \text{رابطه (۸)}$$

رابطه فوق بیان می کند که ارزش قرارداد مشتری در سررسید برابر با مقدار تضمینی مؤسسه مالی که با فرد تعهد کرده است یا همان  $L(T)$  به همراه بخشی از مازاد ارزش سبد سرمایه گذاری سرمایه گذاری شده از میزان تضمینی در سررسید  $\eta \cdot \max(VP_T - L(T); 0)$  است. نرخ مشارکتی را در رابطه (۸) با  $\eta$  نشان می دهیم. همان طور که مشخص است تعیین دقیق میزان ارزش تضمینی و نرخ مشارکتی بدون استفاده از رویکردهای دانش مالی امکان پذیر نیست؛ زیرا قسمت اول عبارت فوق به دلیل تضمینی بودن، نیازمند مدیریت ریسک است و باید با ابزارهای مدیریت ریسک تعیین شود و برای محاسبه قسمت دوم رابطه (۸) باید از رویکرد ارزش گذاری منصفانه استفاده کرد.

### رویکرد مدیریت ریسک

در رویکرد مدیریت ریسک، نرخ سود تضمینی با سنجش گره های ریسک تعیین می شود. اگر میزان تضمین شده مؤسسه در زمان سررسید،  $L(T)$  باشد، مقدار پرداختی شرکت بر اثر نرخ تضمینی  $i_\varepsilon$  در سررسید مقدار زیر خواهد بود:

$$L(T) = (1 + i_\varepsilon)^T \quad \text{رابطه (۹)}$$

حال که نرخ تضمینی باید به گونه ای تعیین شود که ارزش سبد سرمایه گذاری مؤسسه، این مقدار را تضمین کند، سنجش گره ریسک، ارزش در معرض خطر مشروط با ضریب اطمینان  $1 - \alpha = 99\%$  در نظر

- فرض می کنیم تغییرات نرخ سود حاصل از این گزینه های سرمایه گذاری، خودهمبستگی<sup>۱</sup> و وابستگی<sup>۲</sup> مشخصی در طی زمان دارند.

با توجه به ارزش حق قرارداد، متغیرهای زیر به این صورت  $VS_0 = x_s$  و  $VB_0 = x_b$ ،  $VC_0 = x_c$  به دست خواهد آمد. همچنین  $x_s, x_b, x_c$  وزن تخصیص یافته از کل سرمایه به ترتیب در پول نقد، اوراق قرضه و سهام است. در نهایت، با توجه به این فرض ها، ارزش سبد سرمایه گذاری مؤسسه در هر دوره به صورت زیر خواهد بود:

$$VP_t = x_c \cdot VP_{t-1} \cdot RC_t \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$+ x_b \cdot VP_{t-1} \cdot RB_t + x_s \cdot VP_{t-1} \cdot RS_t \quad \text{رابطه (۴)}$$

رابطه (۴)  $x_c + x_b + x_s = 1$  در سررسید  $T$  ارزش سبد سرمایه گذاری برابر با مقدار زیر خواهد شد:

$$VP_T = x_c \cdot VP_{T-1} \cdot RC_T \quad \text{رابطه (۵)}$$

رابطه (۵)  $+ x_b \cdot VP_{T-1} \cdot RB_T + x_s \cdot VP_{T-1} \cdot RS_T$  اکنون برای محاسبات الگو باید پارامترهایی مانند میانگین و واریانس سبد سرمایه گذاری مشتری در سررسید  $T$  را محاسبه کنیم. این اعداد، ورودی های الگوی ما محسوب می شوند:

$$\mu P_T = E[VP_T] \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\sigma P_T = \text{Var}[VP_T] \quad \text{رابطه (۷)}$$

میانگین ارزش سبد سرمایه گذاری مشتری در سررسید  $T$  برابر  $\mu P_T$  و انحراف معیار آن نیز  $\sigma P_T$  خواهد بود.

رابطه (۵) نحوه حرکت ارزش سبد سرمایه گذاری سرمایه گذاری شده را در زمان سررسید نشان می دهد؛ اما نکته ای که باید بدان اشاره کرد، نحوه محاسبه این مقدار بر مبنای الگوی پیشنهادی برای بازپرداخت به

1. Auto covariance  
2. Cross covariance

نرخ‌های بازده به دست آمده در طی زمان، توزیعی غیر از توزیع نرمال را از خود نشان داده‌اند. دلیل چولگی منفی را انباشت اخبار بد در مقایسه با اخبار خوب می‌توان بیان کرد که جهش‌های اتفاقی منفی اما بزرگ را در نرخ‌ها تولید می‌کند [۲]، به همین منظور از ریسک سنج واریانس صرف نظر شده است. همچنین سنجش گر دوم یا همان نیم واریانس به دلیل دقت پایین و پیچیدگی محاسبه نادیده گرفته شده است و در نهایت، به دلیل نتایج بهتر ارزش در معرض خطر مشروط نسبت به ارزش در معرض خطر، این سنجش گر برای الگو انتخاب شده است.

$$VaR_{1-\alpha} = \inf_{x \in R} \{x : \Pr(x_i \leq x) \geq 1 - \alpha\} \quad (۱۳)$$

$$CVaR_{1-\alpha}(x) = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha VaR_{1-\gamma}(x) d\gamma \quad (۱۴)$$

گرفته شده است تا نرخ تضمینی بر اساس آن بدین صورت تعریف شود:

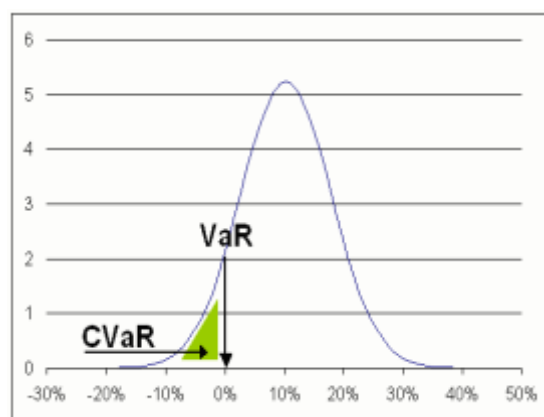
$$RiskMeasure = (1 + i_\varepsilon)^T \quad (۱۰)$$

$$i_\varepsilon = \sqrt[T]{RiskMeasure} - 1 \quad (۱۱)$$

$$i_\varepsilon = \sqrt[T]{CVaR} - 1 \quad (۱۲)$$

### ارزش در معرض خطر مشروط

ریسکی که مؤسسه مالی بر مبنای نرخ تضمینی با آن مواجه است، پایین تر آمدن ارزش سبد سرمایه گذاری مشتری از مقدار تضمینی در سررسید اسمی است. در منابع موضوع برای سنجش ریسک، راهکارهای متفاوت و سنجش گره‌های متنوعی وجود دارد که واریانس، نیم واریانس، ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر مشروط از انواع مختلف آن هستند.



شکل (۱) مقایسه دو سنجش گر ریسک مختلف

تضمینی به دست آورد. در واقع طبق قسمت دوم رابطه (۸) اگر ارزشی مازاد بر ارزش تضمین شده در سررسید به دست آمد، ضریری از این تفاوت ارزش باید به مشتری پرداخت شود. این ضریب همان بازده مشارکتی است. این ضریب را پوشش گر ریسک مؤسسه می‌توان در نظر گرفت که ریسک ارزش‌های متفاوت از میزان تضمینی را برای منصفانه کردن ارزش گذاری پوشش می‌دهد.

### رویکرد قیمت گذاری منصفانه

اکنون که نرخ سود تضمینی برای این دسته از قراردادها تعیین و قسمتی از معادله ارزش گذاری قراردادها مالی سرمایه گذاری کامل شد، نوبت به تعیین قسمت دوم معادله می‌رسد. همان‌طور که اشاره شد قسمت دوم معادله بیان می‌کند که ارزش قرارداد در سررسید با میزان تضمین برابر شده است، مگر اینکه ارزش سبد سرمایه گذاری، میزانی بیش از مقدار

$$i_{\varepsilon} = \min(r_T, i_{\varepsilon}) \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

که در این رابطه،  $r_T$  نرخ سود بدون ریسک سالانه با سررسید  $T$  در زمان شروع قرارداد است.

- اگر پس از سررسید، ارزش سرمایه گذاری کمتر از ارزش تضمینی روی دهد، نرخ تضمینی برابر صفر در نظر گرفته خواهد شد (رعایت اصول منصفانه بودن).

- اگر نرخ تضمینی صفر محاسبه شود، نرخ مشارکتی برابر یک خواهد بود (رعایت اصول منصفانه بودن).

### داده‌ها

داده‌های مورد استفاده برای این پژوهش در ایران شامل نرخ‌های سود بانکی یک ساله تأیید شده بانک مرکزی، اوراق مشارکت شهرداری تهران و شاخص بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۷۷ تا ۱۳۹۱ است. به دلیل کمبود اطلاعات در ایران از داده‌های سال ۱۳۷۷ تا ۱۳۸۸ برای ساختن الگو و از داده‌های ۱۳۸۲ تا ۱۳۹۱ برای آزمایش الگو استفاده شده است. همچنین هدف از اجرای الگو برای کشور آمریکا فقط راستی آزمایی روش مورد بحث است؛ زیرا در صورت پیاده سازی روش فقط برای بازار سرمایه ایران به دلیل کمبود اطلاعات در دسترس، صحت الگو می‌توانست شک برانگیز باشد؛ بنابراین، الگو یک بار دیگر برای بازار سرمایه آمریکا اجرا شده است. داده‌های مورد استفاده در ایالات متحده آمریکا نیز میانگین نرخ سود بانکی سالیانه، نرخ اوراق قرضه بدون کوپن خزانه‌داری آمریکا<sup>۱</sup> و نرخ شاخص S&P 500 از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۱۲ است که از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۰۲ برای ساخت الگو و ۲۰۰۳ تا ۲۰۱۲ برای اعتبارسنجی آن استفاده شده است. گفتنی است انتخاب الگوریتم مناسب برای

برای پیدا کردن مجهول رابطه یا همان نرخ مشارکتی  $\eta$  رابطه (۸) را به زمان  $t = 0$  با نرخ بهره بدون ریسک تنزیل می‌کنیم:

$$FV_T^0 = (1+i_{\varepsilon})^T \cdot (1+r_T)^{-T} + \eta \cdot (1+r_T)^{-T} \cdot E(VP(T) - (1+i_{\varepsilon})^T)^+$$

$FV_T^0$  ارزش زمان عقد قرارداد و  $r_T$  نرخ بهره بدون ریسک سالانه با سررسید  $T$  است.

$$FV_T^0 = 1 \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

همچنین  $E(VP(T) - (1+i_{\varepsilon})^T)^+ \cdot (1+r_T)^{-T}$  تداعی کننده ارزش یک قرارداد اختیار خرید اروپایی است که برای یک سرمایه گذاری نوشته شده است. رابطه (۱۷)

$$\eta = \frac{1 - (1+i_{\varepsilon})^T \cdot (1+r_T)^{-T}}{E(VP(T) - (1+i_{\varepsilon})^T)^+ \cdot (1+r_T)^{-T}}$$

حال اگر این رابطه برای سبد سرمایه گذاری سرمایه گذاری شده به صورت مناسب نوشته شود، به دست می‌آید:

$$\eta = \frac{1 - (1+i_{\varepsilon})^T \cdot (1+r_T)^{-T}}{C[0,1, (1+i_{\varepsilon})^T]}$$

$C[0,1, (1+i_{\varepsilon})^T]$  ارزش یک قرارداد خرید اروپایی در زمان  $t = 0$  با ارزش اولیه یک و ارزش اعمال  $(1+i_{\varepsilon})^T$  در سررسید است. در مجموع، این فرایند تعیین نرخ مشارکتی را به کارگیری رویکرد ارزش گذاری منصفانه در الگوی پیشنهادی می‌توان دانست.

- برای جلوگیری از منفی شدن نرخ مشارکتی باید همواره رابطه زیر برقرار باشد:



الگوریتم شبیه سازی برای دو دارایی به هم پیوسته به صورت زیر است:

$$dr_1 = \mu_1.r_1.dt + \sigma_1.r_1.\varepsilon_1.\sqrt{dt} \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

$$dr_2 = \mu_2.r_2.dt + \sigma_2.r_2.\varepsilon_2.\sqrt{dt} \quad \text{رابطه (۲۴)}$$

$$\varepsilon_1 = x_1 \quad \text{رابطه (۲۵)}$$

$$\varepsilon_2 = \rho_{12}x_1 + x_2\sqrt{1-\rho_{12}^2} \quad \text{رابطه (۲۶)}$$

$$x_1, x_2 = N(0,1) \quad \text{رابطه (۲۷)}$$

که  $\rho_{ij}$  همان رابطه خطی بین دو نرخ بازده  $i, j$  است، همچنین رابطه (۲۷) نشان دهنده دو عدد تصادفی تولید شده از توزیع نرمال استاندارد است [۱۶].

#### یافته‌ها

در جدول (۱) سه وزن داده شده برای ساخت سبد سرمایه گذاری در ایران که بر مرز کارای الگوی مارکوویتز<sup>۲</sup> وجود دارند، به ترتیب افزایش ریسک داده شده است. مشتری می تواند با توجه به سطح ریسک گریزی مد نظر خود، سبد سرمایه گذاری مناسب را انتخاب کند. در جدول (۱) هرچه شماره سبد سرمایه گذاری بیشتر شود، ریسک آن به همراه بازده افزایش خواهد یافت.

شبیه سازی به دلایل زیر دشوار است: الف) ویژگی خاص داده های ورودی خصوصاً اطلاعات بازار سرمایه ایران، شامل پیوستگی و همبستگی داده های طی زمان با توجه به محدودیت تعداد؛ ب) نیاز به تولید مقادیر زیاد مجموعه داده های مشابه ورودی، برای به دست آوردن متغیرهای لازم الگو مانند میانگین، واریانس و ارزش در معرض خطر مشروط؛ بنابراین در این پژوهش، الگوریتم پیشنهادی برای شبیه سازی داده های ورودی، شبیه سازی مونت کارلو است که با تجزیه چولسکی تطابق لازم را پیدا کرده است.

#### شبیه سازی مونت کارلو با تجزیه چولسکی<sup>۱</sup>

شبیه سازی مونت کارلو یک الگوریتم محاسباتی است که از نمونه گیری تصادفی برای محاسبه نتایج استفاده می کند. روش های مونت کارلو به طور معمول برای شبیه سازی سیستم های فیزیکی، ریاضیاتی و اقتصادی استفاده می شوند.

همان طور که روابط زیر بیان می کنند با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو فقط برای بازده یک دارایی با میانگین و واریانس مشخص و بدون ارتباط آن با سایر گزینه های سرمایه گذاری دیگر می توان نتایج شبیه سازی تولید کرد [۱۵].

$$dr = \mu.r.dt + \sigma.r.dz \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

$$dz = \varepsilon.\sqrt{dt} \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

$$\varepsilon = N(0,1) \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

حال آنکه ورودی های الگوی پیشنهادی، سه نرخ بازده به هم پیوسته هستند. برای این منظور از تعمیم الگوی ساده مونت کارلو با تجزیه چولسکی می توان استفاده کرد که در آن صورت، الگو قابلیت اجرای چندین دارایی را خواهد داشت. صورت ساده این

## جدول (۱) وزن‌های سبدهای سرمایه‌گذاری به‌دست‌آمده بازار سرمایه ایران مرتب‌شده به ترتیب افزایش

## ریسک با روش مارکوویتز

سبد	$W_s$	$W_b$	$W_c$
۱	۰/۲۳۷۵	۰/۷۱۲۵	۰/۰۵
۲	۰/۳۵۶۲	۰/۵۹۳۷	۰/۰۵
۳	۰/۴۷۵	۰/۴۷۵	۰/۰۵

می‌دهد. جدول (۴) نیز نرخ مشارکتی متناظر با نرخ تضمینی جدول (۳) است. حال برای هر سبد سرمایه‌گذاری که میزان ریسک‌گریزی و سررسید اسمی آن مشخص است، دو نرخ تضمینی و مشارکتی در بازار سرمایه ایران برای ارزش‌گذاری اوراق مالی سرمایه‌گذاری به دست می‌آید که با توجه به این دو نرخ، این اوراق را با رابطه (۸) می‌توان ارزش‌گذاری کرد.

نتایج حاصل از اجرای الگو برای اطلاعات بازار سرمایه ایران با استفاده از الگوی پیشنهادی، به ترتیب در جدول‌های (۲)، (۳) و (۴) ارائه شده است. مقادیر جدول (۲) ارزش قیمتی سبدهای سرمایه‌گذاری تشکیل‌شده مؤسسه مالی را در زمان سررسید اسمی یک تا ده سال که به احتمال ۹۹ درصد (ضریب اطمینان ارزش در معرض خطر مشروط) دست‌یافتنی هستند، نشان می‌دهد. همچنین جدول (۳) نرخ سود تضمینی را با توجه به ارزش در معرض خطر مشروط نمایش

## جدول (۲) ارزش در معرض خطر مشروط سه سبد سرمایه‌گذاری مختلف داده شده برای ۱ تا ۱۰ سال سررسید مختلف بازار سرمایه ایران.

سال سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱/۰۷۷	۱/۲۳۵	۱/۴۳۹	۱/۷۰۳	۱/۸۵۵	۲/۲۸۳	۲/۶۶۶	۳/۲۰۶	۳/۶۷۲	۴/۳۶۲
۲	۰/۹۹۸	۱/۱۱۰	۱/۲۷۱	۱/۴۸۴	۱/۶۷۹	۱/۹۱۷	۲/۳۱۱	۲/۵۷۱	۲/۹۹۲	۳/۶۶۵
۳	۰/۸۸۶	۰/۹۹۵	۱/۰۷۲	۱/۱۹۷	۱/۴۶۳	۱/۵۳۳	۱/۷۹۹	۱/۹۶۸	۲/۳۳۳	۲/۴۴۰

## جدول (۳) نرخ تضمینی سه سبد سرمایه‌گذاری مختلف داده شده برای ۱ تا ۱۰ سال سررسید مختلف بازار سرمایه ایران براساس ارزش در معرض خطر مشروط.

سال سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۰۰۰	۰/۰۵۳	۰/۰۸۳	۰/۱۰۴	۰/۱۰۹	۰/۱۱۵	۰/۱۲۷	۰/۱۲۵	۰/۱۲۹	۰/۱۳۹
۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۲۳	۰/۰۴۶	۰/۰۷۹	۰/۰۷۴	۰/۰۸۷	۰/۰۸۸	۰/۰۹۹	۰/۰۹۳
۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۱۱	۰/۰۳۰	۰/۰۴۱	۰/۰۵۴	۰/۰۷۰	۰/۰۷۱

**جدول (۴) نرخ مشارکتی سه سبد سرمایه گذاری مختلف داده شده برای ۱ تا ۱۰ سال سررسید مختلف بازار سرمایه ایران بر اساس ارزش در معرض خطر مشروط.**

سال / سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱/۰۰۰	۰/۸۶۶	۰/۷۵۹	۰/۶۲۴	۰/۵۳۸	۰/۴۵۹	۰/۳۵۲	۰/۳۳۹	۰/۳۰۸	۰/۲۴۷
۲	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۳۷	۰/۷۳۹	۰/۵۷۴	۰/۵۴۵	۰/۴۸۲	۰/۴۶۹	۰/۴۴۰	۰/۴۹۳
۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۹۹	۰/۶۳۳	۰/۵۹۲	۰/۵۷۷	۰/۵۵۴	۰/۵۸۷

در جدول (۵) نیز سه وزن داده شده برای ساخت سبد سرمایه گذاری در بازار سرمایه آمریکا که بر مرز کارای الگوی مارکویتز هستند، به ترتیب افزایش ریسک نمایش داده شده است.

**جدول (۵) وزن های سبدهای سرمایه گذاری به دست آمده بازار سرمایه آمریکا مرتب شده به ترتیب افزایش ریسک**

سبد	$W_s$	$W_b$	$W_c$
۱	۰/۰۰۰	۰/۷	۰/۳
۲	۰/۱۱۱	۰/۷	۰/۱۸۹
۳	۰/۲۵	۰/۷	۰/۰۵

تضمینی و نرخ مشارکتی ایران، روندهای زیر را می توان مشاهده کرد:

- ۱- با افزایش زمان سررسید اسمی قرارداد، سنجش گر ریسک افزایش و در نتیجه نرخ تضمینی افزایش و نرخ مشارکتی کاهش یافته است؛
- ۲- با افزایش ریسک سبد سرمایه گذاری، سنجش گر ریسک کاهش و در نهایت نرخ تضمینی کاهش و نرخ مشارکتی افزایش می یابد.

همچنین نتایج حاصل از اجرای الگو برای اطلاعات بازار سرمایه ایالات متحده آمریکا با استفاده از الگوی پیشنهادی به ترتیب در جدول های (۶)، (۷) و (۸) ارائه شده است. همانند قبل، جدول (۶) نشان دهنده نتایج سنجش گر ریسک یعنی ارزش در معرض خطر مشروط و جدول های (۷) و (۸) نشان دهنده نرخ های تضمینی و مشارکتی محاسبه شده بر اساس سنجش گر ریسک متناظر هستند. به طور کلی در تحلیل نتایج به دست آمده در جدول های ارزش در معرض خطر مشروط، نرخ

**جدول (۶) ارزش در معرض خطر مشروط سه سبد سرمایه‌گذاری مختلف داده شده برای ۱ تا ۱۰ سال سررسید مختلف بازار سرمایه آمریکا.**

سال سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۸۸۹	۰/۸۹۶	۰/۹۱۳	۰/۹۴۵	۰/۹۷۶	۱/۰۶۲	۱/۱۱۱	۱/۰۹۳	۱/۱۴۲	۱/۲۳۰
۲	۰/۸۸۴	۰/۸۸۶	۰/۹۲۲	۰/۹۶۸	۰/۹۵۳	۱/۰۴۴	۱/۰۷۰	۱/۱۴۸	۱/۱۸۰	۱/۲۴۱
۳	۰/۸۴۵	۰/۸۵۰	۰/۸۸۰	۰/۸۹۶	۰/۹۵۸	۰/۹۰۱	۱/۰۴۳	۰/۹۸۰	۱/۱۶۹	۱/۲۱۶

**جدول (۷) نرخ تضمینی سه سبد سرمایه‌گذاری مختلف داده شده برای ۱ تا ۱۰ سال سررسید مختلف بازار سرمایه آمریکا براساس ارزش در معرض خطر مشروط.**

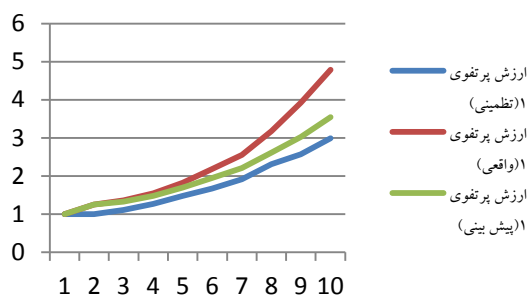
سال سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۱۰	۰/۰۱۵	۰/۰۱۱	۰/۰۱۵	۰/۰۲۱
۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۷	۰/۰۱۰	۰/۰۱۷	۰/۰۱۹	۰/۰۲۲
۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۶	۰/۰۰۰	۰/۰۱۸	۰/۰۲۰

**جدول (۸) نرخ مشارکتی سه سبد سرمایه‌گذاری مختلف داده شده برای ۱ تا ۱۰ سال سررسید مختلف بازار سرمایه آمریکا براساس ارزش در معرض خطر مشروط.**

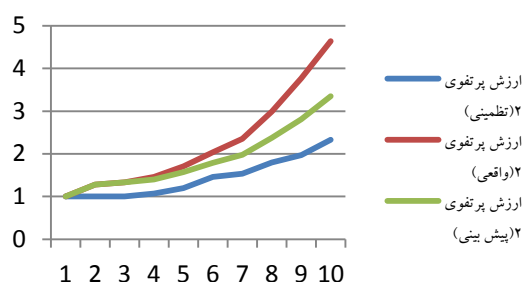
سال سبد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۴۰	۰/۵۵۹	۰/۵۸۰	۰/۵۲۲	۰/۴۳۲
۲	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۱۷	۰/۵۷۸	۰/۴۸۱	۰/۴۳۰	۰/۳۹۴
۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۳۴	۱/۰۰۰	۰/۳۹۹	۰/۳۵۰

به دلیل ماهیت آن، مقادیر پایین تری را نسبت به ارزش واقعی از خود نشان می‌دهد که ارزش مشارکتی، این اختلاف را تصحیح می‌کند؛ ولی میزان این تصحیح همان گونه که قبلاً بیان شد تابع درجه ریسک‌گریزی فرد سرمایه‌گذار است. این موضوع به این صورت قابل بیان است که الگو در صورت مشاهده ریسک‌گریزی بالای مشتری، ارزش مشارکتی را به صورت محتاطانه تری تعیین می‌کند.

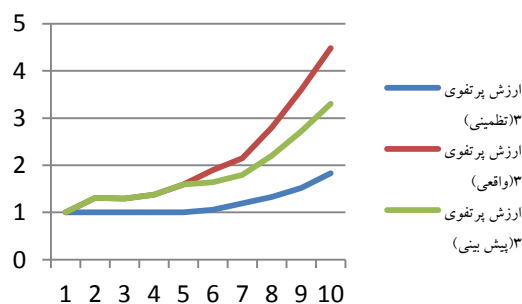
نمودارهای زیر نتایج اعتبارسنجی الگوی ارزش‌گذاری قراردادهای مالی سرمایه‌گذاری را به ترتیب کاهش درجه ریسک‌گریزی نمایش می‌دهد. مطابق با نمودارها می‌توان دید در درجات ریسک‌گریزی بالای فرد سرمایه‌گذار، ارزش برآوردشده نهایی و ارزش تضمینی به همدیگر نزدیک تر می‌شوند و با کاهش درجه ریسک‌گریزی، ارزش برآوردشده نهایی از ارزش تضمینی فاصله می‌گیرد. همچنین در تمامی نمودارها ارزش تضمینی



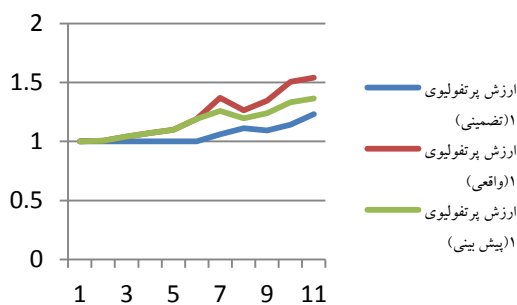
شکل (۲) اعتبارسنجی الگو برای سبد سرمایه‌گذاری با کمترین ریسک در ایران با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط.



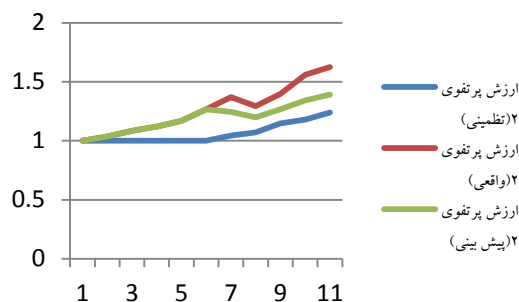
شکل (۳) اعتبارسنجی الگو برای سبد سرمایه‌گذاری دوم ایران با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط.



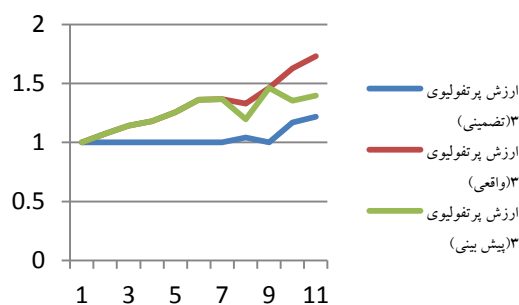
شکل (۴) اعتبارسنجی الگو برای سبد سرمایه‌گذاری با بیشترین ریسک در ایران با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط.



شکل (۵) اعتبارسنجی الگو برای سبد سرمایه‌گذاری با کمترین ریسک در آمریکا با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط.



شکل (۶) اعتبارسنجی الگو برای سبد سرمایه‌گذاری دوم آمریکا با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط.



شکل (۷) اعتبارسنجی الگو برای سبد سرمایه‌گذاری با بیشترین ریسک در آمریکا با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط.

باعث منحنی‌تر شدن شکل آن در مقایسه با نتایج بازار ایالات متحده آمریکا می‌شود.

یکی از مزایای الگوی پیشنهادی را انعطاف‌پذیری آن نسبت به ورودی‌ها و متغیرهای بازار می‌توان دانست، به گونه‌ای که فرد سرمایه‌گذار در تعیین نسبت‌های سرمایه‌گذاری در بخش‌های مختلف با توجه به درجه ریسک‌پذیری خود، می‌تواند سرمایه‌گذاری کند. بدین ترتیب الگو از نظر شخصی‌سازی<sup>۱</sup> نیز برتری دارد؛ یعنی فرد متمایل به سرمایه‌گذاری، توانایی انتخاب وزن‌های سبد سرمایه‌گذاری خود را نیز خواهد داشت و مشاهده می‌کند بازای هر کدام از وزن‌های انتخابی خود در آینده چه نتایج حاصل می‌شود. این امر نه تنها به نوعی نشان‌دهنده توانایی مؤسسه مالی در پیش‌بینی و بالابودن تخصص مالی است، بلکه جنبه

## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تحلیل نتایج برای اطلاعات بازار سرمایه مختلف با توجه به نمودارهای اعتبارسنجی، نزدیکی نتایج پیش‌بینی الگو را با واقعیت نشان می‌دهد. البته با توجه به این نکته که دقت خروجی‌ها همواره تابعی از صحت ورودی‌ها است، بخشی از خطای پیش‌بینی الگو را در خطای شبیه‌سازی می‌توان پیدا کرد؛ ولی با وجود این، باز هم نتایج پیش‌بینی الگو بسیار مناسب است.

با توجه به نمودارهای اعتبارسنجی، اختلاف بین نتایج بازار سرمایه ایران را با ایالات متحده آمریکا می‌توان مشاهده کرد. نمودارهای بازار سرمایه آمریکا در مقایسه با ایران، شکستگی‌های بیشتری دارد که دلیل آن را ماهیت نرخ‌های ورودی می‌توان دانست. داده‌های ورودی ایران، غیرتصادفی و به صورت دستوری هستند و بین ورودی و خروجی‌ها هم‌پوشانی وجود دارد که

- [6] Talebnia, G. A. and Piraveisi, S. (2006). A Suurvey on the effectes of Jenterest Rate on age insurance returns in Iran's Insurance Industry, *Journal of insurance industry*, Vol, 22. No 2: 19-31.
- [7] Rajabi, M. M. (2004). A comparison between interest rate and age insurance in Iran's Insurance Industry, *Journal of insurance industry*, Vol, 20. No 4: 76-93.
- [8] Artzner, P., Delbaen, F. Marc Eber, J., Heath. D. (1999)., *Coherent measures of risk*. *Mathematical finance*, 9; (3): 203-228.
- [9] Richmond ,D.R., (2005). *Liability Issues in the Sale of Life Insurance*. *Tort Trial & Insurance Practice Law Journal*, 877-909.
- [10] Nielsen, J.A. and K. Sandmann, (1995). *Equity-linked life insurance-a model with stochastic interest rates.*, University of Bonn, Germany.
- [11] Brennan, M.J. and E.S. Schwartz, (1979). *A continuous time approach to the pricing of bonds*. *Journal of Banking & Finance*, 3 (2): 133-155.
- [12] Bacinello, A.R. and F. Ortu, (1996). *Fixed income linked life insurance policies with minimum guarantees: Pricing models and numerical results*. *European Journal of Operational Research*, 96 (2): 235-249.
- [13] Schrage, D.F. and A.A. Pelsser, (2004). *Pricing rate of return guarantees in regular premium unit linked insurance*. *Insurance: Mathematics and Economics*, 35 (2); 369-398.
- [14] Barbarin, J. and P. Devolder, (2005). *Risk measure and fair valuation of an investment guarantee in life insurance*. *Insurance: Mathematics and Economics*, 37 (2); 397-323.
- [15] Hull, (2012). *Risk Management and Financial Institutions,+ Web Site*. Vol. 733. John Wiley & Sons.
- [16] Harbrecht, H., M. Peters, and R. Schneider, (2012). *On the low-rank approximation by the pivoted Cholesky decomposition*. *Applied numerical mathematics*, 62 (4). 428-440.

تبلیغاتی نیز خواهد داشت و به اخذ قراردادهای بیشتر کمک کند.

از دیگر خصوصیت‌های الگو به تخصیصی بودن آن می‌توان اشاره کرد. مواردی مانند استفاده از قیمت گذاری قراردادهای اختیار، شیه‌سازی، ارزش گذاری در دنیای بدون ریسک و استفاده از سنجش گره‌های پیچیده ریسک، از جمله برتری الگو نسبت به روش‌های کلاسیک است.

مهم‌ترین پارامتر الگو که در ابتدای قرارداد تعیین می‌شود، زمان اسمی قرارداد است که ممکن است به دلایل مختلفی زودتر از آن فسخ شود. این پارامتر در تمام این مقاله به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. با کمی دقت در قراردادهای مختلف می‌توان دانست دلایل مختلفی وجود دارد که باعث فسخ زودتر از سررسید قرارداد شود؛ به عنوان مثال فوت سرمایه گذار بیمه در قرارداد بیمه زندگی را می‌توان بیان کرد که تابع توزیع خاصی است؛ بنابراین، تعمیم الگو با زمان سررسید احتمالی به عنوان پیشنهاد آینده مطرح می‌شود.

## منابع

- [1] Esfahani, D. M. S. (2012). *Ensurance Mathematics Acuary Models*, Insurance Research Institute Publication.
- [2] Bodie, Z., A. Kane, and A.J. Marcus, *Investments*. (2002): Tang Kinh Cac.
- [3] Boyle, P.P. and M.R. Hardy, (1997). *Reserving for maturity guarantees: Two approaches*. *Insurance: Mathematics and Economics*, 21 (2): 113-127.
- [4] Graf, S., A. Kling, and J. Ruß, (2011). *Risk analysis and valuation of life insurance contracts: Combining actuarial and financial approaches*. *Insurance: Mathematics and Economics*, 49 (1): 115-125.
- [5] David, M., (2015). *A Review of Theoretical Concepts and Empirical Literature of Non-life Insurance Pricing*. *Procedia Economics and Finance*, 20, 157-162.

